

A PANNON-MEDENCE NEHÉZSÉGI ERŐTERÉNEK MODELLEZÉSE

Kandidátusi értekezés

PAPP GÁBOR

Sopron, 1996

Tisztelt Olvasó!

Bevallom, hogy gyorsan, sokszor követhetetlenül változó világunkban egyre nehezebben tudok eligazodni. Az értékrendek folyamatos cserélődése, gyakran cserélgetése bizonytalanná teszi az embert. E megállapításom vonatkozik a tudományos minősítés rendszerére is, hiszen éppen nagy átalakuláson megy keresztül. Úgy gondolom, hogy ilyen átmeneti időszakban a külső tájékozási pontok hiányában az a legjobb, ha a saját magunk által felállított, hagyományokra épített követelményrendszernek próbálunk megfelelni. Remélem, hogy a magam számára felállított mérce egyrészt értékelhető módon tükröződik a következő oldalakon, másrészt elfogadható az Ön számára is.

A dolgozatban, melyet kezében tart az elmúlt 7 évben elvégzett, a Pannon-medence nehézségi erőterének szerkezetével kapcsolatos kutatásaim eredményeit igyekszem egy vezérfonallal összefűzve bírálóim, kollégáim és barátaim elé tárni. Szeretném a “gyümölcsöket”, ha vannak megosztani másokkal. Ugyanis a tudományos munkát leginkább a gyümölcsszedéshez hasonlítanám. Amíg az ember a földön állva, messziről tekint a leszedendő fára, mint megoldandó problémára, addig általában minden egyértelműnek és áttekinthetőnek látszik. Itt is, ott is ígéretes gyümölcsök csábítják az embert a szüretre. Azonban felmásзва a fára, benn az ágak sűrűjében már más a perspektíva. Sokkal szövevényesebb minden, legtöbbször kiderül, hogy a földről kiszemelt ágak, a korona belsejéből látva őket, már nem is olyan gazdagok a termésben, a legsebbebbnek látszó gyümölcsök egyik fele még igencsak éretlen és bizony a legfinomabbakért az ágak hegyére kell tornászni magunkat, sokszor kín-keservesen. Röviden: általában több a fáradozás, néha csalódás is, mint az öröm.

Ezért tartom nagy eseménynek, ha bárkinek sikerül begyűjtenie egy-két igazán szép, érett gyümölcsöt a fáról és azt jószívvel megosztja másokkal is.

Helsinki, 1995. szeptember 10.

Bevezetés

A nehézségi erőter kutatása Magyarországon hosszú és nemzetközileg is elismert múltra tekinthet vissza. Hagyományaink a földtudományoknak ezen a területén úttörők, hiszen nem kell mást említenem, mint báró Eötvös Lorándot, akinek munkássága nevének mértékegységként való megörökítésére indította a nemzetközi szakmai közösséget. Így a nehézségi gyorsulás gal ($1 \text{ gal} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-2}$) mértékegységének, mint a földi nehézségi erőter potenciáljának első deriváltjaival kapcsolatos mennyiségnek Galileo Galileit idéző elnevezése mellett a nehézségi potenciál második deriváltjainak mértékegysége, az eötvös ($1 \text{ E} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-2}$) a magyar tudós nevét viseli. Szerencsés egybeesés, hogy a századfordulón Eötvös Loránd munkássága szervesen illeszkedett a nehézségi erőter kutatásának fő nemzetközi irányvonalába, amelynek kialakításában az Osztrák-Magyar Monarchia Sterneck kutatásai és mérései révén már előbb is jelentős szerepet játszott (Fröhlich, 1930; Pekár, 1941). Az azóta eltelt egy évszázad alatt Eötvös példája kimondva és kimondatlanul is sok szép eredményt inspirált a magyar földtudományok művelői részéről és magam is igyekszem legjobb tudásom szerint szolgálni azt a tudományos és emberi eszmét, amit ez a példa számomra jelent. Remélem, hogy ennek a törekvésnek a nyomai felfedezhetők a disszertáció következő fejezeteiben.

A dolgozatban a nehézségi erőter fogalmát nem kizárólag a vele funkcionális kapcsolatban lévő és közvetlenül észlelhető nehézségi gyorsulás vektortér vonatkozásában használom, mint ahogy az általában szokásos a geodéziában és talán méginkább a geofizikában, hanem tágabb értelemben értem, mint gyűjtőfogalom alatt az összes vele kapcsolatos mennyiséget is mint pl. a geoidunduláció, függővonal-elhajlás, nehézségi potenciál és nehézségi anomália, hiszen bár mindegyik felsorolt fogalomnak van saját definíciója, mégiscsak ugyanazon erőternek különböző megnyilvánulási formái, amelyeket az angol nyelvű szakirodalom “gravity related quantities” meghatározással foglal össze.

A nehézségi erőter leírására két erőteljes irányzat alakult ki az elmúlt évtizedek során, ezért én is e két irányzat köré csoportosítva foglaltam össze kutatásaim eredményeit, amelyek túlnyomó részét hazai és külföldi szakfolyói-

ratokban ill. kutatási jelentésekben már publikáltam. Az egyik irányzat a matematikai statisztika eszköztárát használja a nehézségi erőter modellezésére, a másik fizikai és matematikai törvényszerűségek együttes alkalmazásával éri el ugyanazt a célt. Az előbbi megközelítés feltételezi, hogy a nehézségi erőter bizonyos feltételek mellett a sztochasztikus jelekhez, ill. folyamatokhoz hasonló jellegzetességekkel bír, míg a másik determinisztikus szemléletmódot tükröz, és a harmonikus külső erőteret a potenciálelmélet tételei és törvényszerűségei alapján írja le. Mindkét irányzat sikeresen alkalmazható a geodézia feladatainak megoldására és ennek köszönhetően a különböző irányzatokon alapuló módszerek párhuzamos alkalmazása lehetőséget biztosít bizonyos fokú ellenőrzésre.

A potenciálelmélet alapján az erőter leírása megoldható pusztán az ún. peremértékek (a potenciál lineáris funkcionáljai) ismeretében anélkül, hogy az erőteret végsősoron létrehozó tömegeloszlásról fogalmunk lenne. Éppen ezért az utóbbi időkig a Föld nehézségi erőterének leírásával foglalkozó geodéták jobbra csak elvi lehetőségként tekintettek a potenciálnak az általános tömegvonzási törvény alapján történő meghatározására. Azonban a geodézia rokon szakterületei (geofizika, geológia stb.) a Föld belső szerkezetére vonatkozóan egyre több és megbízhatóbb adatot ill. modellt szolgáltatnak mind globális (pl. Dziewonski és Anderson, 1981) mind regionális/lokális (pl. Royden és Horváth, 1988) méretekben. Ezeknek az adatoknak az összegyűjtése és rendszerezése utat nyit a nehézségi erőter geodéziai célokra történő ún. forward (előre) modellezése felé, amely egyrészt a peremérték-feladatok megoldásaitól nagymértékben független megoldást eredményez, másrészt lehetőséget teremt pl. a Föld alakjának, a geoidnak geofizikai interpretálására globális, regionális és lokális értelemben egyaránt. Tehát az erőter forward modellezése kettős haszonnal jár: 1) növeli az egyéb modellezési módszerekkel kapott eredmények ellenőrizhetőségét és 2) emeli a geoid meghatározásának ill. felhasználásának jelentőségét más földtudományi szakterületek számára is. A dolgozatnak egyik fő célja éppen az, hogy ezt a lehetőséget részleteiben tárgyalja és gyakorlati példán, a Pannon-medence ún. ‘litoszféra geoid’-ján keresztül mutassa be, hogy a forward modellezés (a megfelelő részletességű adatok birtokában) pontosság tekintetében egyéb geoid

megoldásokkal egyenrangú megoldásokat szolgáltat és ezzel egyidejűleg lehetővé teszi a medencebeli, lokális geoidundulációk geofizikai értelmezését. A másik fontos dolog, amit a dolgozat szeretne megvilágítani az az, hogy a nehézségi erőter statisztikai eszközökkel történő, az elméleti feltételeket is kielégítő leírását éppen az erőter és a sűrűségeloszlás végeredményben determinisztikus kapcsolatának vizsgálata és figyelembe vétele biztosítja a leghatékonyabban.

A fentiek értelmében a dolgozat felépítése a következő. Az első fejezet áttekintést ad a Pannon-medence – vizsgálataink tárgya – geológiai szerkezetéről a felszíntől kezdve a felső köpenyig. Tárgyalja a medence kialakulásával kapcsolatos fontosabb tudnivalókat, statisztikai adatokat tartalmaz annak geológiai környezetére vonatkozólag természetesen a kimerítő részletesség igénye nélkül.

A második fejezet összefoglalja és bevezeti azokat a fogalmakat valamint mennyiségeket, amelyek a dolgozat további fejezeteiben használatosak, és amelyek ismerete elengedhetetlenül szükséges a dolgozat megértése és követhetősége szempontjából. Ezek a fogalmak elsősorban a nehézségi erőter szerkezetével és leírásával kapcsolatosak, másodsorban a használt módszerek terminológiájához tartoznak.

A harmadik fejezetben található a legkisebb négyzetek elvén alapuló kollokáció alapelveinek és formuláinak ismertetése. Ez a rész tárgyalja a nehézségi erőter statisztikai leírása terén elért eredményeimet, amelyek elsősorban a nehézségi anomáliák vizsgálatára és modellezésére koncentráálódtak.

A negyedik fejezet tartalmazza a nehézségi erőter determinisztikus leírásával kapcsolatos általános összefüggéseket és a regionális ill. lokális geoidok meghatározásához használt ún. “remove–restore” technika, azaz a globális és helyi nehézségi erőter adatok kombinálásának alapelveit. Itt kerülnek ismertetésre azok a megfontolások is, amelyek alapján létrehozható és számítási igények szempontjából optimalizálható egy adott terület sűrűségeloszlásának térfogatelem modellje olyan formában, hogy a modell által keltett pl. potenciál az általános tömegvonzási törvény értelmében analitikusan kiszámítható legyen. A fejezet végén található a Pannon-medence háromdimenziós (3D) térfogatelem alapú litoszféra modelljének leírása.

A hátralévő (ötödik és hatodik) fejezetekben foglaltam össze mindazt az

eredményt és tapasztalatot, amelyet a nehézségi erőter determinisztikus modellezése terén szereztem.

Az ötödik fejezet is a szükséges alapfogalmak bevezetésével és a sűrűségmodellből számított lokális unduláció hozzájárulások és a globális undulációk kombinációja (összegzése) alapelveinek tisztázásával kezdődik. Ebben a fejezetben kerül kvalitatív vizsgálat alá a valódi erőter és a modell által keltett erőter viszonya. A vizsgálatok alapján bevezetésre kerül a lokális potenciálzavar fogalma, amelynek előállítása az ún. fizikai szűréssel lehetséges. Az eljárás elvi ismertetése és a digitális szűréssel való összehasonlítása az utolsó kettő alfejezetben található.

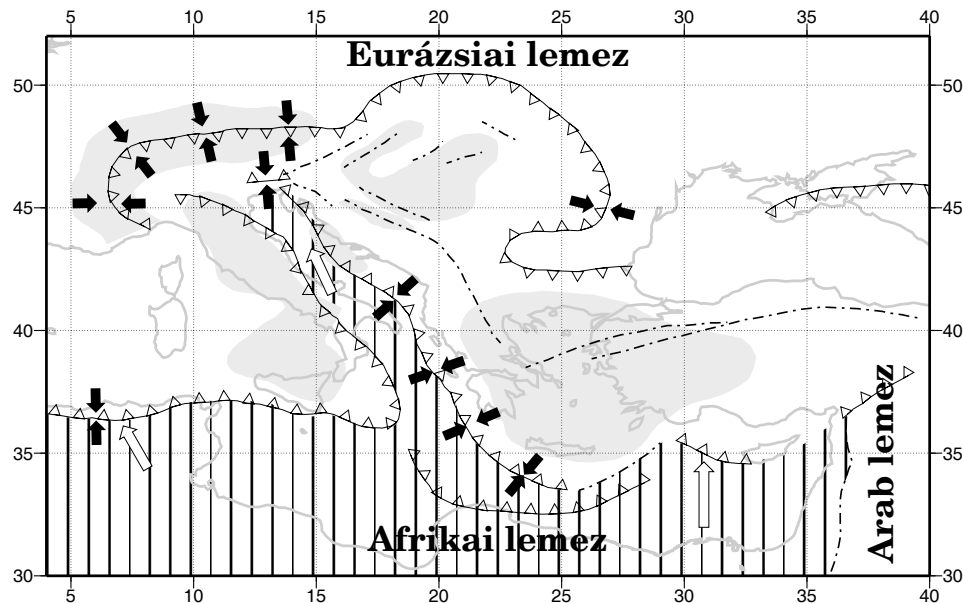
A hatodik fejezet az undulációk kombinálásának gyakorlati problémáival foglalkozik és bemutat egy spektrális-statisztikai módszert, amely alkalmas a globális és a lokális unduláció hozzájárulások szétválasztására. Ebben a fejezetben kapott helyet a litoszféra geoid ill. ennek variánsai és a geoid különböző globális és lokális megoldásai közötti összehasonlító vizsgálatok eredményeinek ismertetése.

A hetedik fejezetet teljes egészében a litoszféra geoid és egyéb geoid megoldások undulációinak spektrális vizsgálatára és összehasonlítására, valamint a lokális undulációk fizikai értelmezésére szenteltem.

Végül a nyolcadik fejezetben az eredmények összegzése található a tézisekkel egyetemben.

1. A Pannon-medence geológiájának és topográfiájának rövid áttekintése

A Pannon-medence kialakulása a jelenlegi vélemények és kutatási eredmények szerint az Afrikai és az Eurázsiai kéreglemezek összeütközésével magyarázható leginkább (1. ábra). A lemezek mozgása és kölcsönhatása extenziós állapotot eredményezett, amely a kéreg elvékonyodásához vezetett (McKenzie, 1978). Járulékos jelenséggént a felső köpeny és az asztenoszféra felboltozódása következett be (Ádám és mások, 1982), amely felelős pl. a jelenleg tapaszt-



1. ábra. A Pannon-medence és tágabb környezetének neotektonikai vázlattérképe (Horváth, 1988) alapján. A szürke foltok az aktív extenziós, ill. kompressziós és/vagy vertikális kéregmozgással bíró területeket mutatják. A fekete nyilak a vízszintes kompresszió átlagos irányát jelölik ki. A fehér nyilak az Afrikai kéreglemez Európához viszonyított mozgásvektorait reprezentálják. A fogazott vonalak szemléltetik az allochton frontokat, míg a pontvonalak a főbb vetőket jelenítik meg

talható nagy földi hőáramokért. A kéreg elvékonyodásának következménye a pre-tercier felszín jelentős süllyedése is, melynek során alakultak ki a kiugróan mély (6–7 km) rész- vagy almedencék (pl. Kisalföld-medence, Békési-árok) a Pannon-medence területén. A földtörténeti harmadkortól kezdődően a Pannon-tengerből lerakódott üledékek folyamatosan töltötték fel ezeket a meden-

céket, lassan kialakítva a mai geológiai–földrajzi képet. Természetesen ez csak egy erősen leegyszerűsített modellje a medence kialakulásának és fejlődésének, de világosan megmutatja, hogy a kialakult kéregszerkezet a környező területek orogén jellegéhez képest jelentősen eltér. Az eltérések nagyságrendjét jól érzékeltetik az alábbi táblázatok, amelyekben statisztikai adatokat foglaltam össze. Az 1. táblázat tartalmazza a Mohorovičić-felület mélységének alakulását a Pannon-medencében és a medencét koszorúzó Keleti-Alpok, Kárpátok és Dinaridák alkotta hegység láncolatban. A táblázat alapján az orogén területek átlagos kéregvastagsága megfelel az általánosan elfogadott 33 km értéknek, bár az újabb vizsgálatok szerint (Rudnick és Fountain, 1995; Christensen és Mooney, 1995) a kontinentális kéreg átlagos vastagsága globálisan 40 km. Ha bármelyik fenti értéket összehasonlítjuk a Pannon-medencét jellemző 27 km-rel, megállapíthatjuk, hogy a megemelkedett helyzetű köpenyanyag jelentős tömegtöbbletet képvisel a környezetéhez képest, aminek pozitív, a nehézségi erőteret ill. annak rendellenességeit növelő hatásának kell lennie.

1. táblázat. A Moho-felület mélységi adatainak alapvető statisztikai paraméterei

terület	minimum [km]	maximum [km]	átlag [km]	szórás [km]	rácspontok száma*
A Pannon-medence magyarországi része	24.4	34.5	27.0	± 1.5	935
Orogén területek a Pannon-medence körül $\left(\begin{array}{l} 45^\circ < \varphi < 52^\circ \\ 11^\circ < \lambda < 24^\circ \end{array} \right)$	25.9	52.5	33.2	± 4.6	6361

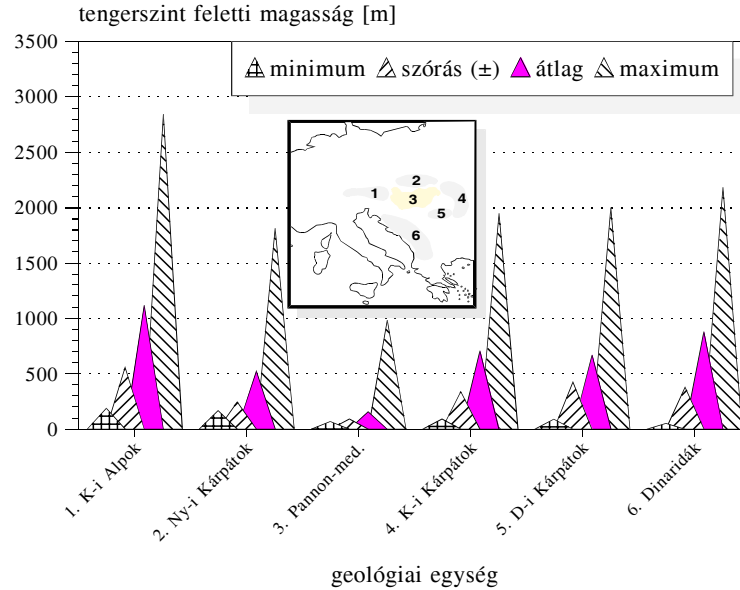
*Az adatok a Moho-felület $10 \text{ km} \times 10 \text{ km}$ -es digitális mélységmodelljéből származnak (Papp és Kalmár, 1996).

A 2. táblázatból jól látszik, hogy a nehézségi erőter kialakulása szempontjából szintén igen fontos szerepet játszó harmadkor előtti medencealjzat, a neogén üledékek alsó határának mélysége szintén extrém értékeket ér el a medence belsejében. A kéregnél kisebb sűrűségű szedimentumok tehát, nagy térfogatuk miatt jelentős tömeghiányt képviselnek a környezetükhöz képest, ennél fogva a nehézségi erőteret csökkentő hatású a jelenlétük.

2. táblázat. A pre-tercier medencealjzat mélységi adatainak alapvető statisztikai paraméterei az aljzat 2 km × 2 km-es digitális mélységmodellje alapján (Kalmár és mások, 1995)

adatok	minimum	maximum	átlag	szórás
száma	[km]	[km]	[km]	[km]
35384	0	8.5	1.9	±1.5
(felszíni kibúvások)				

A harmadik fontos tényező a nehézségi erőter rendellenességeinek kialakulásában a felszíni topográfia. A topográfiai tömegek számbavétele ma már állandósult eljárás a geodéziai számításokban, elsősorban a geoid meghatározásakor. A 2. ábrából kitűnik, hogy a Pannon-medence magyarországi részén a felszín nagyon sima, és a magasságok kis értékhatárok között váltakoznak. Jóval változékonyabb a topográfia a környező országok területein, a magashegységek zónájában. Valószínűnek látszik tehát, hogy a topográfiai tömegek hatása csak igen kis mértékben és elsősorban helyileg befolyásolja az erőteret a medence belsejében. A magashegységekkel határos területeken természetesen erőteljesebb hatást várunk.



2.ábra. A felszíni topográfia statisztikai összehasonlítása a Pannon-medence környezetében az ETOPO5 5' × 5'-es globális digitális terepmodell (DTM) (<http://www.ngdc.noaa.gov>) és a magyarországi 500 m × 500 m-es DTM (MH Kartográfiai Üzem) alapján

2. A nehézségi erőteret jellemző mennyiségek és fogalmak összefoglalása

A földi nehézségi erőter valódi háromdimenziós, időben változó vektortérrel írható le a Descartes-féle koordináta rendszerben. A disszertációban eltekintek az időfüggéstől és feltételezem, hogy a felhasznált adatok mentesek az időbeli változás hatásaitól (gravito-static state). Mint minden konzervatív erőternek, úgy az $\mathbf{F}(x, y, z)$ nehézségi erőternek is létezik egy skalártér reprezentációja $V(x, y, z)$, amit a vektortér potenciáljának hívunk. A vektortér térerőssége és annak skalártere között az alábbi kapcsolat létezik (Torge, 1980):

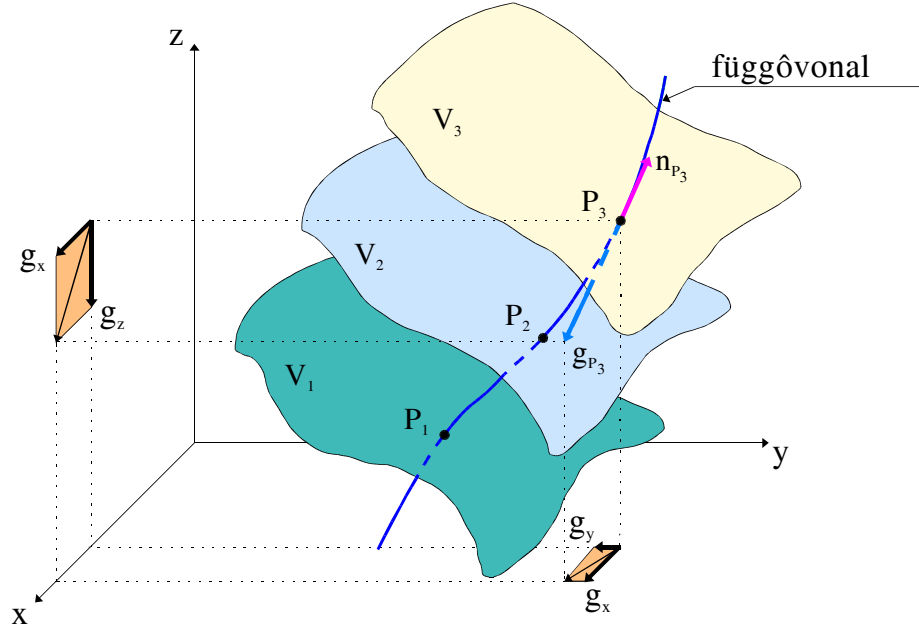
$$\mathbf{F} = \text{grad}V = f_x \mathbf{i} + f_y \mathbf{j} + f_z \mathbf{k} = \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k}, \quad (1)$$

ahol V az erőter potenciálja, f_x, f_y, f_z a térerősség vektor három komponense a Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben, \mathbf{i}, \mathbf{j} és \mathbf{k} , egységvektorok a pozitív koordinátatengelyek irányában.

Egy adott pontban a földi nehézségi erőter három komponense által meghatározott erővektor Newton II. törvénye értelmében megegyezik a \mathbf{g} nehézségi gyorsulás vektorral, ha az egységnyi tömegű próbatestre kizárólagosan hat és annak abszolút értéke egyenlő az adott pontban a nehézségi gyorsulás nagyságával:

$$g = |\mathbf{g}| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}. \quad (2)$$

Ennek alapján a nehézségi erő és a nehézségi gyorsulás, a mértékegységtől eltekintve ekvivalensek egymással (Biró, 1989). A nehézségi erőterben az azonos potenciálú pontok által alkotott, zárt felületeket szintfelületeknek nevezzük. A szintfelületek minden pontján, egy és csak egy ún. erővonal halad át a felületre merőlegesen. A nehézségi erőter erővonalait függővonalaknak hívjuk, mert az erővonal minden egyes pontjában a pontbeli érintő adja meg a helyi függőleges irányát. Értelemszerűen ez az irány egybeesik a ponton áthaladó szintfelület normálisának irányával (3. ábra). Az erővonalaknak igen fontos szerepük van, mert a szintfelületek pontjai között projektív kapcsolatot biztosítanak (függőleges vetítés). A szintfelületek adott pontbeli görbületi viszonyairól a nehézségi potenciál második deriváltjai nyújtanak információt. Ezek a deriváltak alkot-



3.ábra. Szintfelületek és egy függővonal kapcsolata a földi nehézségi erőterben. \mathbf{n}_{P_3} a felületi normális vektor a P_3 pontban, \mathbf{g}_{P_3} a nehézségi gyorsulás vektor ugyanott
ják az Eötvös-tenzor elemeit:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y} & \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial z} \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Az Eötvös-tenzor divergenciájából képzett homogén differenciálegyenlet a Laplace-egyenlet:

$$\Delta V = \text{div}(\mathbf{g}) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Ez az egyenlet akkor oldható meg, ha V harmonikus, mely feltétel akkor teljesül, ha a vizsgált pontban nincs forrása az erőternek. Ebben a vonatkozásban a Laplace-egyenlet csak az ún. külső nehézségi erőterben érvényes, az erőteret létrehozó tömegeken kívül.

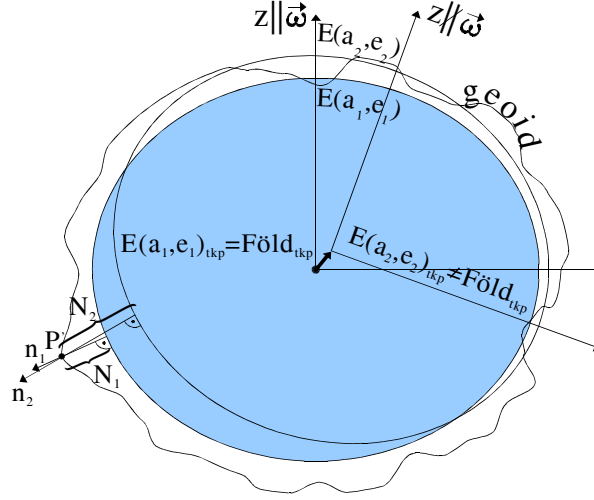
A földi nehézségi erőter egy kitüntetett szintfelületét, amely a nyílt tengereken a lehető legjobban megközelíti a tengerek felszínét, geoidnak hívjuk. A fizikai geodézia legfontosabb feladata éppen ennek a kitüntetett szintfelületnek

a meghatározása, mivel ez szolgál vonatkozási felületként a magasságmérésekhez, de pl. a térbeli távolságok ellipszoidra redukálásánál is közbülső felületként használatos. A geoid a Föld inhomogén sűrűségeloszlásának megfelelően szabálytalan felület, ezért legkönnyebben egy szabályos (egyszerű), analitikusan leírható, de a geoidot jól megközelítő, ún. referencia felülethez viszonyítva határozható meg. A legalkalmasabb közelítés erre a célra mind fizikai, mind geometriai értelemben a forgási ellipszoid (4. ábra) hiszen két paraméterrel leírható (a – fél nagytengely, e – első excentricitás). Az ellipszoid elhelyezésétől függően a geoidkép lehet abszolút vagy relatív. Abszolút geoidképről akkor beszélünk, ha a vonatkozási ellipszoid geometriai középpontja egybeesik a Föld tömegközéppontjával és az ellipszoid forgástengelye egybeesik a Föld forgástengelyével. Ha bármelyik feltétel nem teljesül, akkor az ellipszoid elhelyezése relatív és így a geoid is az lesz (4. ábra). Az elhelyezésnek nagyon fontos szerepe van, mivel alapvetően befolyásolja a geoidképet és így a különböző megoldásokból kapott geoidundulációk (pl. Gázsó és Taraszova, 1984; Kenyeres, 1993) csak akkor vethetők össze, ha azok egy alapfelületre (tehát a és e paraméterek ugyanazok) és azonos elhelyezésre vonatkoznak. A geoid meghatározásának fizikai módszerei mind abból a tényből indulnak ki, hogy a forgási ellipszoid által meghatározott ún. normál nehézségi erőter és a valódi nehézségi erőter között egy vizsgált pontban eltérés mutatkozik. Ez az eltérés pl. nehézségi zavaroként (gravity disturbance) jelentkezik. Ennek megfelelően a normál tér (U) és a valódi tér (V) azonos potenciálú szintfelületei sem esnek egybe, ezzel egy adott pontban T potenciálzavart (disturbing potential) okozva. Ezért a geoid meghatározása formálisan két szintfelület közötti távolság meghatározására vezethető vissza:

$$C = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{n}} \mathbf{ds} = \int_{V_1}^{V_2} \mathbf{g} \cdot \mathbf{ds} = |\bar{\mathbf{g}}| S, \quad (5)$$

ahol $C = V_2 - V_1$ a két szintfelület potenciáljának különbsége, \mathbf{g} – a nehézségi gyorsulás vektora, \mathbf{ds} – az elmozdulás vektora, $\frac{\partial V}{\partial \mathbf{n}}$ – a potenciál gradiens vektora, S – a két szintfelület közötti (itt függővonalon mért!) távolság, $|\bar{\mathbf{g}}|$ – a nehézségi gyorsulásvektor abszolút értékének átlagértéke S mentén.

$V_1 = V_0$ esetén (5) az ún. K geopotenciális szám definíciója (Biró, 1983),



4.ábra. Relatív $(E(a_2, e_2))$ és abszolút $(E(a_1, e_1))$ elhelyezésű ellipszoidok és a geoid viszonya. N_1 abszolút, N_2 relatív geoidundulációk. tkp = tömegközéppont

de a fenti összefüggés kifejtése a normál és a valódi potenciál geoidon észlelhető eltérésére, amit potenciálzavarnak (disturbing potential) nevezünk a Bruns-egyenlethez vezet:

$$N = \frac{T_{p'}}{\gamma_{p''}} , \quad (6)$$

ahol $T_{p'} = U_0 - U_{p'} = V_0 - U_{p'} = V_0 - \left(U_0 - \frac{\partial U}{\partial N} N \right) = V_0 - (U_0 - \bar{\gamma} N) = \bar{\gamma} N$ a potenciálzavar a geoidon a p' pontban, N – a geoidunduláció (a távolság a geoid és az ellipszoid között), $\bar{\gamma}$ – a normál nehézségi gyorsulás átlagértéke N mentén, $\gamma_{p''}$ – a normál nehézségi gyorsulás értéke az ellipszoidon.

A (6) egyenletben feltételeztük, hogy a valódi potenciál $V_{p'} (= V_0)$ értéke a geoidon megegyezik az $U_{p''} (= U_0)$ referencia potenciál értékével az ellipszoidon és további egyszerűsítésként bevezettük:

$$\bar{\gamma} = \gamma_{p''} , \quad (7)$$

mivel N a Föld méreteihez (R) képest olyan kicsiny ($\pm(10 - 100)$ m), hogy $\frac{\partial U}{\partial N}$ értéke konstansnak tekinthető ebben a tartományban. Végeredményben a Bruns-egyenlet ad lehetőséget T potenciálzavar geometriai reprezentálására.

Mivel $\gamma_{p''}$ meghatározása a Cassini-formulával, ill. belőle a különböző alapfelületekre levezetett ún. normál nehézségi gyorsulás képletekkel igen egyszerű,

ezért a geoid kiszámításában T meghatározása a kulcsprobléma. Ennél a pontnál kezdődik a geoid fizikai meghatározásának irányzatokra való tagozódása és a különböző módszerek kialakítása. Mindegyik irányzat azonban abból a tényből indul ki, hogy V és U harmonicitása miatt T potenciálzavar is harmonikus és így kielégíti a Laplace-egyenletet:

$$\Delta T = 0 . \quad (8)$$

Ezért T megadható $Y_{nm}(\bar{\phi}, \lambda, r)$ ortogonális alapfüggvények összegeként a harmonikus analízis elmélete értelmében:

$$T(\bar{\phi}, \lambda, r) = GM \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm} Y_{nm}(\bar{\phi}, \lambda, r) , \quad (9)$$

ahol GM – a geocentrikus gravitációs állandó, $\bar{\phi}$ – a geocentrikus geodéziai szélesség, λ – a geodéziai hosszúság, r – a geocentrikus távolság, \bar{C}_{nm} – a harmonikus sor normalizált együtthatói.

A harmonikus sor együtthatói előállíthatók (8) megoldásával, ha peremfeltételként a fizikai geodéziai alapegyenletét alkalmazzuk:

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \gamma^{-1} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T = -\Delta g , \quad (10)$$

ahol $\Delta g = g_{p'} - \gamma_p$ a nehézségi anomália, h az ellipszoid feletti magasság.

(10) nem csak peremfeltétel a geodéziai peremérték-feladat (Geodetic Boundary Value Problem) megoldásához, hanem egy alapvető lineáris funkcionál, amely megadja a kapcsolatot a potenciálzavar és a nehézségi anomáliák között. Hasonló funkcionálok léteznek T és egyéb mennyiségek között is a nehézségi erőterben. Gömbi közelítést alkalmazva (Heiskanen és Moritz, 1967):

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} \quad (11)$$

$$\xi = -(r\gamma)^{-1} \frac{\partial T}{\partial \phi} \quad (12)$$

$$\eta = -(r\gamma \cos(\phi))^{-1} \frac{\partial T}{\partial \lambda} . \quad (13)$$

ahol δg a nehézségi zavar (gravity disturbance), r a geocentrikus távolság, ξ a függővonal-elhajlás meridián, η a paralelkör irányú komponense, ϕ és λ a geodéziai szélesség és hosszúság, T a potenciálzavar.

3. A nehézségi erőter leírása a matematikai statisztika eszközeivel

3.1 A legkisebb négyzetek elvén alapuló kollokáció

A legkisebb négyzetes kollokáció, továbbiakban csak kollokáció az ún. optimális harmonikus interpolálás módszeréből fejlődött ki az utóbbi 25 év során. A kollokációnak kétféle megfogalmazása létezik, egy determinisztikus és egy sztochasztikus. Az előbbi megközelítés a minimum normájú, míg az utóbbi a minimális becslési hiba approximáción alapul. Mindkét közelítés a végtelen dimenziójú H Hilbert-tér $K(P, Q)$ ún. reprodukáló magfüggvényének (reproducing kernel) (14) azon tulajdonságát használja fel, hogy bármely $L_i(T)$ funkcionál, amely a nehézségi erőterben a T potenciálzavar (15) és valamely más mérhető paraméter közötti kapcsolatot leírja (pl. (10)), reprezentálható e magfüggvény segítségével (Albertella és Sansò, 1994).

$$K(P, Q) = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2n+1}{p_n} \left(\frac{R}{r_P} \frac{R}{r_Q} \right)^{n+1} P_n(\cos \psi) \quad (14)$$

$$T = \sum_{n,m=2}^{+\infty} T_{n,m} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} Y_{n,m}, \quad (15)$$

ahol, $p_n = \left\| \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} Y_{n,m} \right\|_H^2$ a térbeli gömbi harmonikusok normája a Hilbert térben, $P_n(\cos \psi)$ n -ed fokú Legendre-polinom, ψ a gömbi távolság P és Q pontok között, r_P és r_Q P és Q pontok helyvektorai, R az ún. Bjerhammar-gömb sugara. A reprodukáló magfüggvény csak P és Q pontok egymáshoz viszonyított helyzetétől függ, így formálisan elvégezve a behelyettesítéseket, kapjuk:

$$\begin{aligned} L_i(T(P)) &= L_i \langle K(P_i, Q), T(Q) \rangle_H = \\ &= \langle L_i K(P_i, Q), T(Q) \rangle_H = \langle K(L_i, Q), T(Q) \rangle_H, \end{aligned} \quad (16)$$

ahol $\langle \rangle$ a skaláris szorzat jele.

Mivel $L_i(T(P))$ nem más mint az M_i mérési eredmény, ezért (16) felírható az alábbi formában is:

$$M_i = \langle K(L_i, Q), T(Q) \rangle_H. \quad (17)$$

(17)-ből látszik, hogy a reprodukáló magfüggvény hordozza a nehézségi erőter analitikus szerkezetét, amelyet a lineáris funkcionálok írnak le. (17) megoldása (azaz a potenciálzavar \hat{T} becslése) a következő általános formában adható meg:

$$\hat{T}(P) = \sum_{i,k} K^{\mathcal{N}}(L_i, P) \left\{ K^{\mathcal{N}}(L_i, L_k) \right\}^{-1} M_k \quad (18)$$

amelyben \mathcal{N} jelzi, hogy a mérésekből levontuk a megfelelő vonatkozási modellértékeket (így fennáll (19)), amelyeket a determinisztikus vagy másképpen egzakt kollokációban a méréseinkkel együtt hibamentesnek tételezünk fel.

$$T_{n,m} = 0, \quad n \leq \mathcal{N} . \quad (19)$$

A mérési hibák bevezetése a kollokációba szükségszerűen a sztochasztikus folyamatok Hilbert-térbeli tanulmányozását és leírását kívánja meg. Ezeknek a folyamatoknak a becslési sémája ugyanaz, mint a determinisztikus megközelítési mód esetén, azzal a feltétellel, hogy a reprodukáló magfüggvény nem más mint a sztochasztikus folyamat kovariancia-függvénye. Ennek a feltételnek a kielégítéséhez bizonyítható (Moritz, 1978), hogy a vizsgált folyamat (esetünkben $T(P)$ potenciálzavar) várható értékének zérusnak kell lennie a vizsgált tartományban, azaz az egységsugarú σ gömb felületén:

$$E\{T(P)\} = \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} T(P) d\sigma_P = 0 . \quad (20)$$

Ekkor a potenciálzavar kovarianciájának definíciója a következő:

$$C(P, Q) = E\{T(P)T(Q)\} . \quad (21)$$

Végtelen számú véletlen forgatást alkalmazva a gömbre (ezzel téve sztochasztikussá a potenciálzavart), úgy, hogy közben P és Q relatív helyzete, tehát ψ változatlan marad (21) az alábbi formába írható át:

$$C(P, Q) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\sigma} d\sigma_P \int_{\psi_{PQ}} T(P)T(Q) d\alpha_Q . \quad (22)$$

(22) alapján a kovariancia képzéséhez a teljes gömbfelületen az összes véletlen α azimutban integráljuk, majd átlagoljuk az összes előforduló $T(P)T(Q)$ szorzatot. (23)-ból látható, hogy a kovariancia csak a ψ gömbi távolság függvénye:

$$C(P, Q) = C(\psi) \quad (23)$$

(23) természetesen csak akkor érvényes, ha az adatok homogenitása és izotrópiája egyaránt fennáll. $C(\psi)$ mindig sorba fejthető az alábbi általános forma alapján:

$$C(\psi) = \sum_{n=2}^{+\infty} c_n P_n(\cos \psi) , \quad (24)$$

amelyben

$$c_n = \sum_{m=-n}^{m=+n} T_{n,m}^2 , \quad (25)$$

vagyis c_n az összteljesítmény varianciája adott n fokszámmra (Albertella és Sansò, 1994), ami nem más, mint a potenciálzavar (15) harmonikus sorfejtése együtthatóinak összege az adott n -re. (25) a szinonímája a kétdimenziós (2D) harmonikus analízisben alkalmazott ún. radiális teljesítményspektrum képzésének. Használva a

$$\sigma_n^2 = \frac{c_n}{2n+1} \quad (26)$$

összefüggést a kovariancia-függvény a külső erőterben ($r_P, r_Q > R$) a következő alakban adható meg:

$$C(\psi) = \sum_{n=2}^{+\infty} \sigma_n^2 \left(\frac{R}{r_P} \frac{R}{r_Q} \right)^{n+1} P_n(\cos \psi) . \quad (27)$$

(27) teljes mértékben megfelel (14)-nek azzal a feltétellel, hogy $p_n = \sigma_n^{-2}$. Ez a megfelelés teszi lehetővé, hogy bármely lineáris funkcionál által leírt mennyiség kovarianciája megadható a reprodukáló magfüggvény segítségével. Ezt a tényt nevezzük kovariancia-terjedésnek, amelynek bemutatására vegyük az alábbi példát (Moritz, 1980).

A potenciálzavar gömbi harmonikus sorfejtéséből (15) és a fizikai geodézia alapegyenletének gömbi közelítéséből (10) megadható a nehézségi rendellenességek sorfejtése az $(n-1)/r$ lineáris operátor alkalmazásával.

$$\Delta g = \frac{1}{r} \sum_{n,m=2}^{+\infty} (n-1) \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} T_{n,m} Y_{n,m} . \quad (28)$$

Felírva a nehézségi rendellenességeket P és Q pontra az r_P és r_Q helyeken, alkalmazva a kovariancia (27) definícióját, megkapjuk a nehézségi anomáliák

kovariancia-függvényét:

$$C(\Delta g_P, \Delta g_Q) = \sum_{n=2}^{+\infty} (n-1)^2 \sigma_n^2 \frac{R^{2n+2}}{(r_P r_Q)^{n+2}} P_n(\cos \psi) , \quad (29)$$

ahol

$$\sigma_n^2 = b_n \frac{R^2}{(n-1)^2} \quad (30)$$

A (30) szerinti b_n együttható bevezetésével belátható, hogy a reprodukáló magfüggvényből egyszerű lineáris műveletekkel állítható elő a keresett kovariancia-függvény:

$$C(\Delta g_P, \Delta g_Q) = \sum_{n=2}^{+\infty} b_n \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{n+2} P_n(\cos \psi) . \quad (31)$$

A kovariancia-függvény és a reprodukáló magfüggvény viszonyának tisztázása után az alábbi séma alapján egyszerűen bizonyítható, hogy a mérési hibákból származó becslési hiba varianciájának minimalizálásával kapott lineáris egyenletrendszer megoldása megegyezik a minimum normájú approximáció alkalmazásával kapott megoldással (Albertella és Sansò, 1994):

$$\begin{aligned} e &= T(P) - \hat{T}(P) = T(P) - \sum i \mu_i L_i(T) \\ \varepsilon &= C(0) - 2 \sum \mu_i L_i C(P_i, P) + \sum \mu_i \mu_k L_i L_k C(P_i, P_k) \\ &\quad \sum k \mu_k L_i L_k C(P_i, P_k) = L_i C(P_i, P_k) \\ \hat{T} &= \sum i, k L_i C(P_i, P) \{L_i L_k C(P_i, P_k)\}^{-1} L_k(T) , \end{aligned}$$

ahol μ_i az L_i mérési eredmény együtthatója a mérések lineáris kombinációjában, e a becslési hiba, ε a becslési hiba varianciája. Az egyezés alapfeltétele:

$$C(P, Q) = K^{\mathcal{N}}(P, Q) , \quad (32)$$

mely akkor teljesül, ha $c_n \equiv 0$ az első \mathcal{N} esetén (24)-ben. Ez a feltétel helyes modellválasztással biztosítható, azaz a vonatkozási ellipszoid tömegének meg kell egyeznie a Föld valódi tömegével, tömegközéppontjának és forgástengelyének egybe kell esniük a Föld valódi tömegközéppontjával és forgástengelyével.

3.2 A nehézségi anomáliák predikciója a kollokációval

A geoid néhány centiméteres relatív pontosságú meghatározása nagy megbízhatósági igényeket támaszt a felhasznált adatokkal, így a nehézségi rendellenességekkel szemben is. A nehézségi adatok esetében ez azt jelenti, hogy az anomáliák középhibájának kisebbnek kell lenni, mint ± 1 mgal (Denker és mások, 1994). Ha csak a relatív gravitációs mérések (Csapó és mások, 1994) jelenlegi átlagos pontosságát (± 0.01 mgal) tekintjük, akkor úgy tűnhet, hogy ennek az igénynek játszva eleget tehetünk. Azonban ez a pontosság csak a földfelszíni nehézségi gyorsulás különbségekre vonatkozik. A belőlük képzett nehézségi rendellenesség értékek (pl. szabadlevegő-anomáliák) megbízhatósága, a képzésük során felhasznált geofizikai feltevések és egyszerűsítések (pl. az atmoszféra gravitációs hatásának elhanyagolása (Ecker és Mittermayer, 1969), a valódi erőter $\frac{\partial g}{\partial h}$ vertikális gradiensének helyettesítése a normál erőter $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ vertikális gradiensével) miatt rosszabb, mint $\pm(0.1 - 0.5)$ mgal. Természetesen ez a megbízhatóság azokra a pontokra vonatkozik, amelyekben mérés történt. Ezért, ha valamilyen okból a nehézségi anomáliák végeredményben szabálytalan ponteloszlású adatsorából új, szabályos geometriai elrendezésű adatsort kell létrehozni (pl. azért, hogy olyan numerikusan nagyon hatékony algoritmusokat, mint a gyors Fourier-transzformáció (FFT) vagy az ún. gyors kollokáció használni tudjunk), akkor általában a meglevő szórt adatainkat egyenközű rácshálóra kell interpolálni. Számtalan módszer van, amely interpolálásra alkalmas (Nagy és mások, 1991), azonban a kollokációnak nagy előnye, hogy figyelembe veszi a nehézségi erőter matematikai-fizikai törvényszerűségeit (azaz nem pusztán geometriai módszer) és azokat felhasználva legkisebb négyzetes értelemben optimális megoldást ad.

A kollokáció alapelveinek megfelelően a Δg_i nehézségi anomáliák, mint a nehézségi potenciálzavarral funkcionális kapcsolatban lévő mennyiségek ill. mérési eredmények úgy tekinthetők, mint 1) determinisztikus trend $\mathbf{A}_i \mathbf{X}$, 2) sztochasztikus jel s_i , és 3) véletlen zaj n_i komponensek összegei.

$$\Delta g_i = \mathbf{A}_i \mathbf{X} + s_i + n_i . \quad (33)$$

Az adatok ilyen jellegű reprezentálása lehetőséget ad arra, hogy 1) a *trend*

komponenst úgy értelmezzük, mint globális/regionális de mindenképpen szabályos, “egzakt módon számítható” alakulása a földi nehézségi erőternek, 2) a *jel* komponenst azonosítsuk a nehézségi erőter közepes és rövidhullámú változásaival, amelyeket determinisztikus eszközökkel ugyan nem tudunk leírni, de matematikai-statisztikai alapokon modellezhetők, 3) a *zaj* komponenst úgy tekintsük, mint mérési hibát, amely a mérései eredményeinket bizonytalansággal terheli.

Ez az interpretáció tág teret nyit a numerikus kísérleteknek, mivel az egyes komponensek modelljeinek ill. modellparamétereinek változtatása újabb és újabb megoldásokat eredményezhet, amelyek – feltételezzük – közelítenek egy optimális, a valóságot hűen tükröző megoldáshoz. Természetesen a konvergenciának mindig határt szab az adatok információ tartalma és sűrűsége.

A nehézségi anomáliák predikciója esetén (18) az alábbi formába írható át:

$$\Delta g_p = \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{sn}^{-1} (\Delta \mathbf{g} - \mathbf{A} \mathbf{X}) + \mathbf{A}_p^T \mathbf{X} , \quad (34)$$

ahol $\Delta \mathbf{g}$ az ismert nehézségi anomáliák oszlopvektora (tehát amelyekből a predikciót szándékozunk elvégezni), Δg_p a predikált érték a P pontban, \mathbf{C}_{ps} a $\Delta \mathbf{g}$ vektor elemei és a Δg_p helye közötti kovarianciák vektora, \mathbf{C}_{sn}^{-1} a $\Delta \mathbf{g}$ vektor elemeinek variancia-kovariancia mátrixa (sn index azt jelzi, hogy feltételezésünk szerint a jel és a zaj komponensek korrelálatlanok, tehát kovarianciáik egy mátrixba foglalhatók ($\mathbf{C}_{sn} = \mathbf{C}_s + \mathbf{C}_n$), \mathbf{A} a trend alakmátrixa a $\Delta \mathbf{g}$ vektor elemeire vonatkozóan, \mathbf{X} a trendmodell paramétereinek vektora, \mathbf{A}_p a trendmodell alakvektora a P számítási pontban.

A hibaterjedés alapján egy P pontban predikált nehézségi rendellenesség m_p^2 középhibája (mean square error) a következő:

$$m_p^2 = C_0 - \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{sn}^{-1} \mathbf{C}_{ps} , \quad (35)$$

ahol C_0 a jel, azaz a trendmentes nehézségi anomáliák varianciája. Síkbeli közelítésre értelmezve (21) összefüggést, az egymástól r távolságra levő nehézségi rendellenességek kovarianciája (36) alapján határozható meg:

$$C(r) = E \{ \Delta g_i \cdot \Delta g_j \} , \quad (36)$$

ahol $r = \overline{P_i P_j}$ a síkbeli távolság.

A gömbön ugyanez a várható érték az alábbi hármas integrál szerint definiálható (Moritz, 1972):

$$M\{\Delta g_i \cdot \Delta g_j\} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \Delta g(\vartheta_i \lambda_i) \Delta g(\vartheta_j \lambda_j) \sin \vartheta d\vartheta d\lambda d\alpha. \quad (37)$$

Globális (Tscherning és Rapp, 1974) és lokális (Lachapelle, 1975) vizsgálatokhoz (37),(31) szerinti gömbi harmonikus sorfejtése jól használható és önmagában konzisztens rendszert alkot, mivel az alap kovariancia-függvényből a nehézségi erőter összes funkcionáljára származtatható a megfelelő kovariancia-függvény.

3.3 A nehézségi anomáliák autokovariancia-függvényének (ACF) meghatározása

A 3.1 és 3.2 szakaszokból láthattuk, hogy a kollokáció alapproblémája a megfelelő reprodukáló magfüggvény, vagy másképpen a kovariancia-függvény előállítás. Egy sztochasztikus folyamat autokovarianciájának meghatározása elméletileg a folyamat végtelen sok realizációjából lehetséges, amely realizációk mind a térváltozó, mind az ún. fázisváltozó szerint különbözők lehetnek (Moritz, 1978). Ezeknek a folyamatoknak így létezik tér- és fázisátlaguk is. Nyilvánvaló, hogy a földi nehézségi erőter esetében – ha az időbeli változásokat korrekcióba vesszük – csak egyféle (ti. térbeli) realizáció figyelhető meg, hiszen csak egyetlen Föld létezik, amelynek egyféle tömegeloszlása csak egyféle erőteret hoz létre. Szerencsére, bizonyos feltételek mellett (ergodicitás) a térbeli és időbeli átlagok megegyeznek egymással, ami azt jelenti, hogy egyetlen realizációból is meghatározható illetve megbecsülhető a folyamat kovarianciája, ill. a térváltozó (r) szerinti autokovariancia-függvénye.

A gyakorlatban tehát először egy empirikus autokovariancia-függvényt állítunk elő (36) szerint, majd ehhez próbálunk egy analitikus és valódinak feltelezett ACF-t illeszteni.

(20) és (32) szerint az autokovariancia-függvény becslése előtt az adatokban megmutatkozó trendet el kell távolítani, mert máskülönben a kovariancia-

függvény definíciójában használt feltevések megsérülnek. Másrésztől (38)-ból, mely kissé módosított formája (35)-nek látható, hogy az adatok varianciája méretarány-tényezőként hat a predikált adatok hibainak varianca becslésekor:

$$m_p^2 = C_0[1 - f(r_{ps})f(r_{ss})f(r_{ps})] \quad (38)$$

$$E\{(\Delta g_i - \mathbf{A}_i \mathbf{X})\} \cong 0 \quad (39)$$

$$C_0 = E\{(\Delta g_i - \mathbf{A}_i \mathbf{X})^2\} , \quad (40)$$

ahol $C(r) = C_0 f(r)$, azaz két független tényező szorzatára bontható (31) lokális feladatokhoz széles körben alkalmazott síkbeli közelítéseiben (Moritz, 1980; Jordan, 1972; Kasper, 1971).

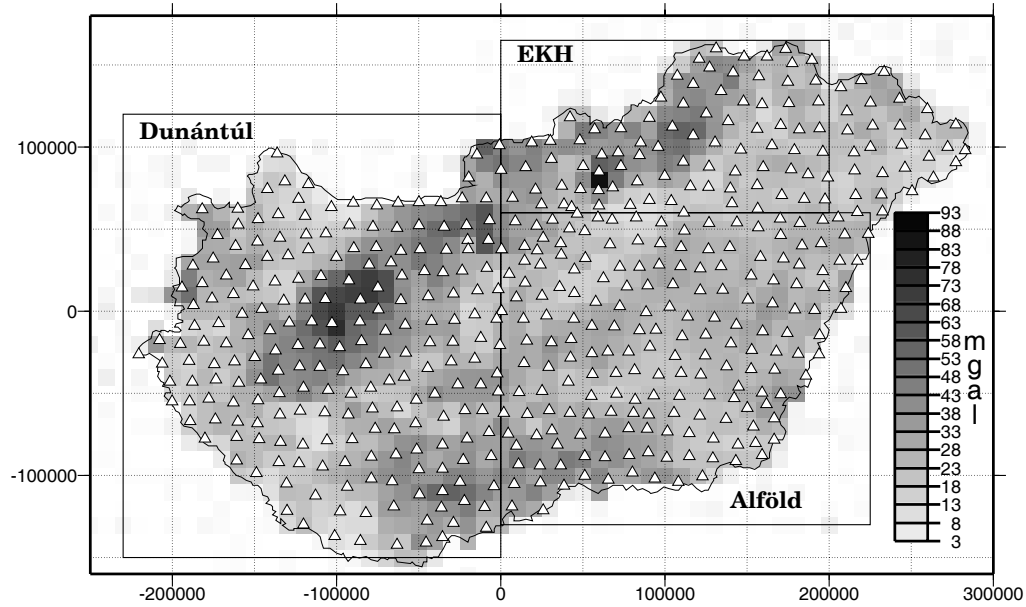
Megfelelő trendmodell alkalmazásával elérhető, hogy 1) az adatok várható értéke (39) szerint zérus legyen, 2) az adatok varianciája (40) szerint csökkenjen és végül 3) nagymértékben javítható az adatok statisztikai kondíciója is (Papp, 1993).

3.4 Empirikus autokovariancia-függvények meghatározásához felhasznált nehézségi adatok áttekintése

Az ACF meghatározásának problémáját és a legkisebb négyzetes predikció tesztelését az alábbi adatokon végeztem el.

Rendelkezésemre állt egy regionális, négy lokális, valamint egy szintetikus adatsor.

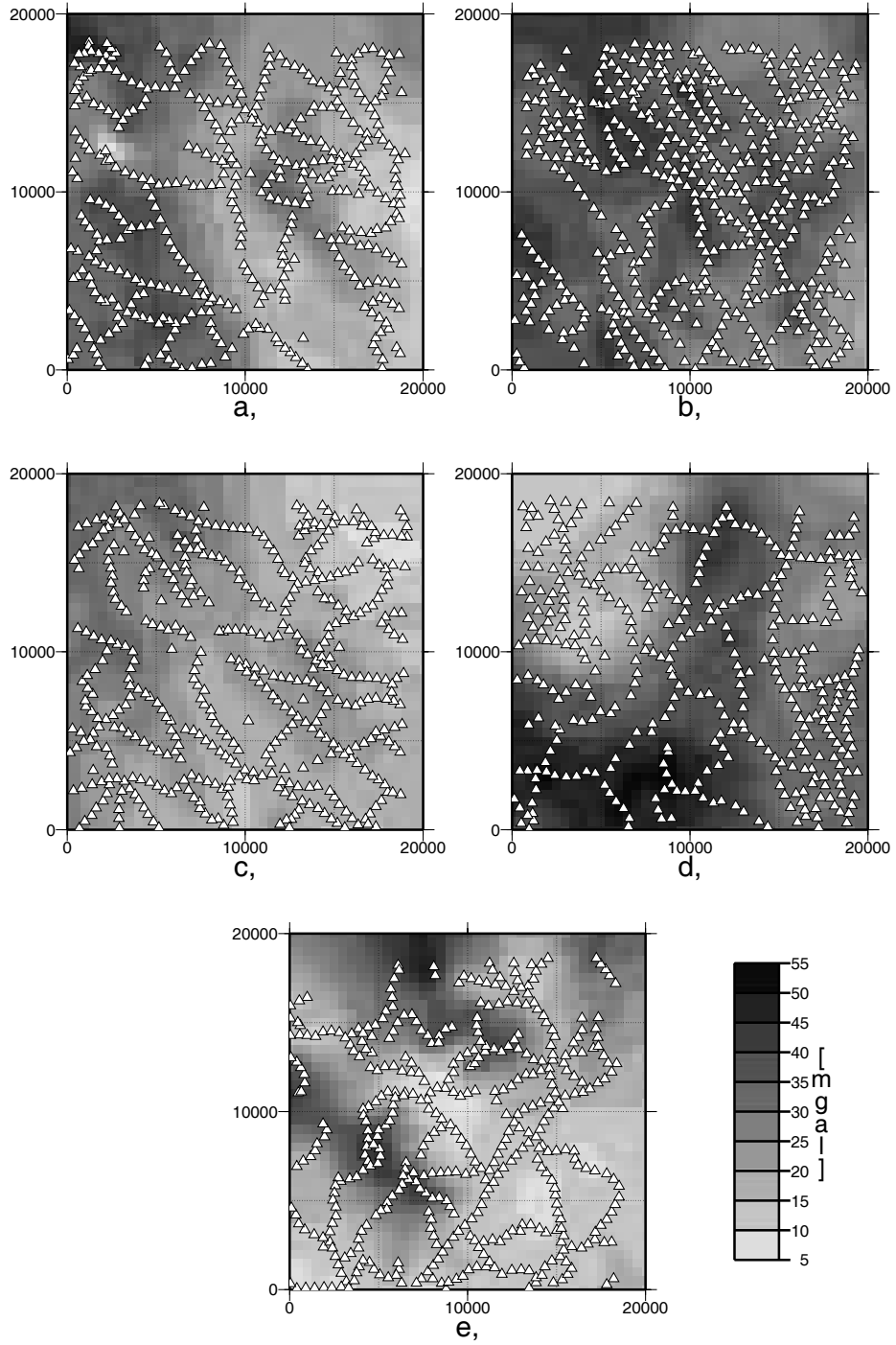
A regionális adatsor (MGA59) lényegében az 1959-ben publikált (Renner, 1959) magyarországi első és másodrendű nehézségi alaphálózat 509 pontjából áll. Az 5. ábrából látható, hogy a ponteloszlás nagyon homogén, egyenletesen lefedi az ország területét. A hálózatot a Potsdami Gravitációs Rendszerben határozták meg, ezért a jelenleg használatos IGSN71 rendszerhez képest a nehézségi adatok közel +14 mgal eltérést mutatnak (Csapó és Sárhidai, 1990). A hálózat állomás (pont) sűrűsége 1 pont/180 km². A hálózati pontok nehézségi értékeiből az 1967-es normál nehézségi gyorsulás képletével számítottam ki a szabadlevegő (free-air) nehézségi anomáliákat. Mivel eredetileg a hálózati pontok geodéziai koordinátái a relatív elhelyezésű Bessel-ellipszoidra vonatkoztak,



5.ábra. Az 1959-es I. és II. rendű nehézségi alaphálózat pontjainak eloszlása. A háttérben a szabadlevegő nehézségi anomáliák szürkéségi fokozatokkal ábrázolt térképe látható. A négyszögekkel lehatárolt területek a statisztikai vizsgálatokhoz felhasznált pontok topográfia szerinti elkülönítését reprezentálják. A horizontális koordináták EOVS rendszerben adottak, méter dimenziójúak

a koordinátákat transzformálni kellett a szintén relatív elhelyezésű IUGG67 ellipszoidra. A relatív elhelyezés miatt meg kellett vizsgálni, milyen hatással jár ennek a ténynek az elhanyagolása az abszolút elhelyezésre érvényes normál nehézségi gyorsulás számításában. A vizsgálatok alapján (Papp, 1989) az ország területén a relatív elhelyezésből származó $-1'' \leq \Delta\phi \leq +1''$ ellipszoidi szélességváltozás (Ádám J., 1987) maximum ± 0.025 mgal nehézségi gyorsulás változást jelent. Ezt a korrekciót, tekintve a hálózati g értékek pontosságát elhanyagolhatónak vettem a továbbiakban.

A lokális adatsorok, melyek mindegyike gyakorlatilag egy-egy felmérési térképszelvény (szelvénytípusok: 024,034,037,136,185), az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet adatbázisából származnak. A szelvények $20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ -es területet fednek le 1.3 pont/km^2 átlagos pontsűrűséggel. A ponteloszlás a gravitációs felmérési módszerek technikájának megfelelően nem homogén (6. ábra). A



6.ábra. Szelvények az ELGI gravitációs adatbázisából. A szelvények a mérési pontok eloszlását és a szabadlevegő-anomáliák szürkességi fokozatokkal árnyalt térképeit mutatják. A vízszintes koordináták méterben adottak. Szelvények: a) 024, b) 034, c) 037, d) 136, e) 185

pontok túlnyomó többsége az utak mentén helyezkedik el, vonalas ill. sejtszerű geometriai eloszlást hozva létre. Ezek az adatsorok már az IGSN71 dátumpont-ra vonatkoznak.

A szintetikus adatok a Round Lake Batholyt, Canada (Gibb and Boeckel, 1970) geológiai képződmény 3D sűrűség modelljéből származnak. A modell alapján bármely térbeli pontra számítható annak numerikus közelítések-től mentes gravitációs hatása. Ebből kétféle előny is származik. 1) Bármely ponteloszlás szimulálható a modell segítségével, 2) a predikció ellenőrzéséhez tetszőlegesen generálhatók ellenőrző pontok anélkül, hogy ezzel a kiindulási adatainkat (számukat, geometriai eloszlásukat stb.) módosítsunk.

3.5 A nehézségi anomáliák trendmodelljei a Pannon-medencében

A következő szakaszokban leírt számításokhoz az alábbi trendmodelleket használtam.

Triviális trendmodell, azaz az adatok átlagértéke.

A (39) feltétel kielégítése a legegyszerűbb módon az anomáliák várható értékének (átlagértékének) kivonásával lehetséges. Ebben az esetben a trendmodell konstans értéket ad:

$$\mathbf{A}_i \mathbf{X} = E\{\Delta g\} \quad (41)$$

minden i -re ($i = 1, 2, 3, \dots, n_p$).

Ennek az egyszerű modellnek az alkalmazása előtt ellenőrizni kell az adatok statisztikai homogenitását ill. stacionaritását, azaz meg kell vizsgálni, hogy a teljes adatsorból képzett egyes részhalmazok statisztikai paraméterei (átlagértékek, szórások) milyen mértékben térnek el egymástól.

A topográfiai viszonyoknak megfelelően a regionális adatsort 3 részre osztva a megfelelő statisztikai paraméterek a 3. táblázatban találhatók.

Az adatok alapján a várakozásainkkal egyezően nem tapasztalható jelentős eltérés az egyes országrészekre jellemző statisztikák között és nemzetközi összehasonlításban mind a nehézségi erőter, mind a topográfia simának tekinthető (Priovolos, 1988), ezért az átlag szabadlevegő-anomáliát felhasználtam,

3. táblázat. Szabadlevegő nehézségi anomáliák és topografikus magasságok alapvető statisztikai paraméterei a domborzat szerint osztályozva (ld. 5. ábra)

terület	pontok száma	átlag anomália [mgal]	variancia [mgal ²]	átlag mag. [m]	szórás [m]
Dunántúl	212	+30.5	179	+159	±59
Alföld	185	+26.5	46	+103	±22
EKH	84	+29.7	158	+169	±85
teljes terület	509	+28.4	124	+138	±60

mint trendmodell. Azonban, mint látni fogjuk, még olyan sima nehézségi erőterben is, mint ami a Pannon-medencét jellemzi, a konstans trend használata túlságosan durva közelítés, ami a maradék anomáliák viszonylag nagy (v.ö. 3. táblázat 2. sor) varianciájában ($C_0 = 124 \text{ mgal}^2$) jelentkezik.

Magasságfüggő trendmodell

Vizsgálva a fizikai kapcsolatot a szabadlevegő-anomáliák értékei és a nehézségi állomások magasságai között, statisztikailag is jól kimutatható lineáris korrelációt tapasztalunk (7. ábra). A korreláció paraméterei vagy lineáris regressziószámítással, vagy magával a kollokációval határozhatók meg (Sünkel, 1977). Ez utóbbi esetben a következő egyenlet adja meg a paraméterek értékeit:

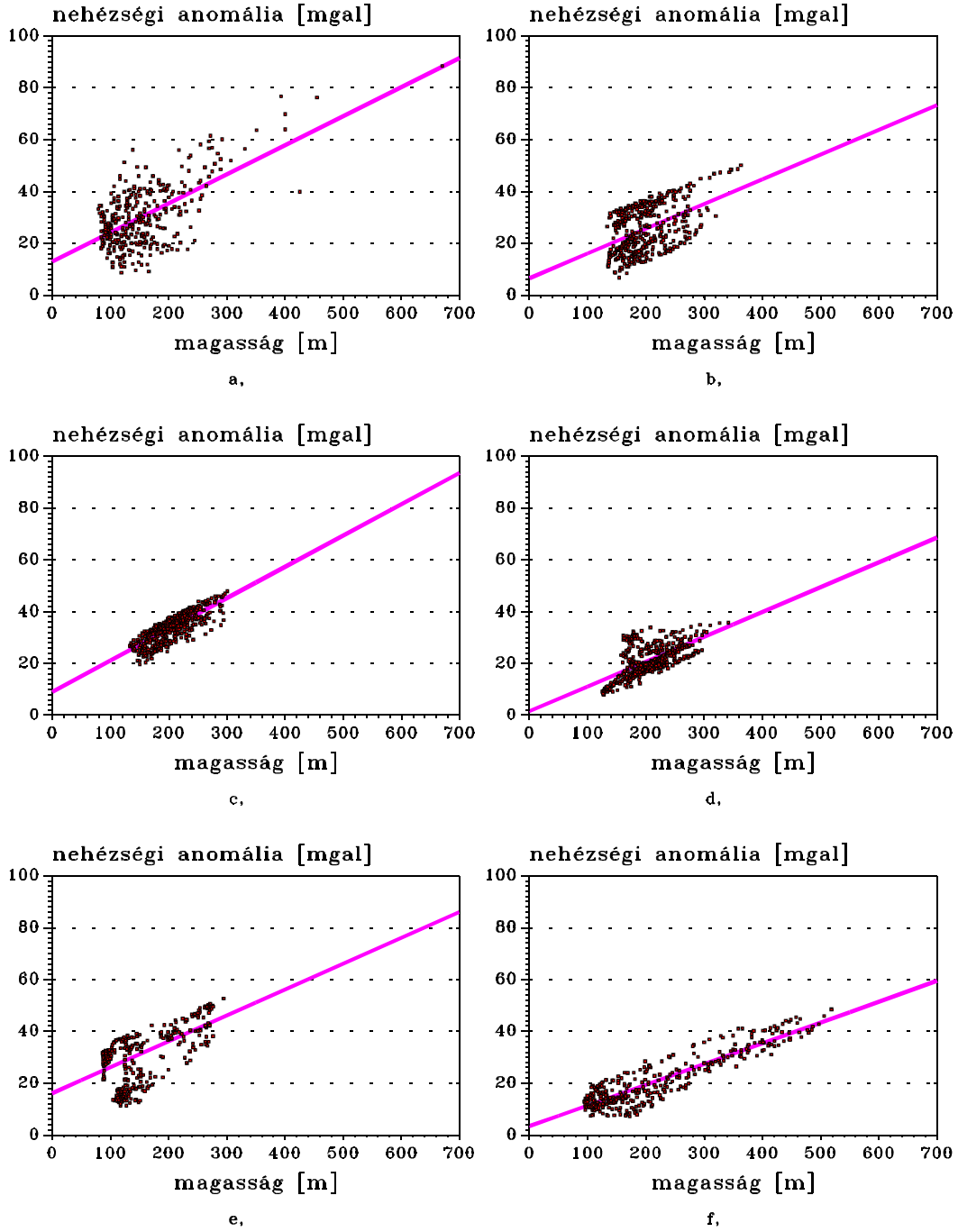
$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{x} . \quad (42)$$

Nyilvánvaló, hogy ennél a megoldásnál a paraméterek értékeinek kialakulásában a kovarianciák is szerepet játszanak, míg az egyszerű lineáris regresszió számításában nincsen befolyásuk. Továbbá (42) iterálható, azaz az újabb trendparaméterek meghatározása újabb kovariancia-függvény meghatározását teszi lehetővé (stepwise collocation).

A szabadlevegő-anomáliák magasságfüggése a következő formulával írható le:

$$\Delta g_F^{(P)} = a + bh_P + \Delta g_B^{(P)} , \quad (43)$$

ahol



7.ábra. Szabadlevegő nehézségi anomáliák magasságfüggése. Területkódok: a) MGA59, b) 024, c) 034, d) 037, e) 136, f) 185

- $\Delta g_F^{(P)}$ a szabadlevegő-anomália a P pontban
 a a regionális/lokális átlag Bouguer-anomália
 b az ún. Bouguer-együttható
 h_P a nehézségi állomás magassága a P pontban
 $\Delta g_B^{(P)}$ a Bouguer-anomália a P pontban.

Így a paramétervektornak összesen két eleme van:

$$\mathbf{X}^T = (a, b) . \quad (44)$$

A 4. táblázat foglalja össze a regressziószámítás eredményeit. Ezeket a következőképpen értelmezhetjük.

4. táblázat. Szabadlevegő nehézségi anomáliák magasságfüggésének paraméterei a vizsgálati területek szerint. $\sigma_{\bar{\varrho}}$ a becsült sűrűség középhibája

terület- kód	pontok száma	átlag Bouguer-anom. a [mgal]	Bouguer-koeff. b [mgal/m]	sűrűség $\bar{\varrho} \pm \sigma_{\bar{\varrho}}$ [kg/m ³]
024	440	+6.6	+0.0953	2274 ± 208
034	520	+9.1	+0.1206	2878 ± 093
037	480	+1.5	+0.0958	2286 ± 127
136	400	+16.1	+0.0999	2384 ± 148
185	440	+3.4	+0.0801	1911 ± 041
MGA59	509	+12.99*	+0.1122	2677 ± 158

*az érték a Potsdami Gravitációs Rendszerre vonatkozik

Ha a regionális adatsorból (MGA59) származó a átlagos Bouguer-anomália értékéből levonjuk a +14 mgal eltérést, ami a Potsdam Rendszer és az IGSN71 között tapasztalható, akkor -1 mgal (közel zérus!) regionális átlag anomáliát kapunk. Ez számomra azt jelzi, hogy a Pannon-medence magyarországi részén, tehát a medence közepén a kéregben a statisztikusan “véletlen” jellegű sűrűség-inhomogenitások vannak túlsúlyban. Máskülönben a regionális átlag Bouguer-anomália értéke nem lenne közel zérus. Ezt a feltételezést csak megerősítik a lokális, $20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ -es területekre vonatkozó adatokból nyert paraméterek, hiszen azok értéke esetenként jelentősen eltér a regionális ≈ 0 mgal átlagtól. Az pedig még figyelemre méltóbb, hogy az összes esetben pozitív lokális átlag anomália észlelhető. Sajnos a lokális adatok hely és geológia

szerinti kategorizálására nem volt lehetőségem, mert a szelvények helye ismeretlen számomra. A nehézségi értékeket csak relatív koordinátákkal kaptam meg a feldolgozásra.

A lineáris korreláció b paramétere nem más, mint a Bouguer-redukcióban alkalmazott koefficiens. Így ebből egyszerű módon megbecsülhető a topográfiai tömegek átlagos sűrűsége:

$$\bar{\rho} = \frac{b}{2\pi G} . \quad (45)$$

Regionálisan $\bar{\rho}$ is a kontinensek felszínére vonatkozó átlagos viszonyokat mutat, míg a lokális adatokból nem ez következik, hiszen $\bar{\rho}$ értéke $+(1911-2878)$ kg/m³ között változik.

Kivonva a lineáris trendmodelleket a megfelelő adatokból a maradék (azaz Bouguer) anomáliák varianciája láthatóan csökkent, némely esetben drasztikusan (5. táblázat). Ez, mint látni fogjuk, kedvező hatással van a predikció pontosságára, mint az (38)-ból várható.

5. táblázat. Maradék nehézségi rendellenességek statisztikai paraméterei a használt trendmodellek függvényében

terület kód	konstans trend		lineáris trend	
	átlag	variancia	átlag	variancia
	[mgal]	[mgal ²]	[mgal]	[mgal ²]
024	0.0*	78.2	−0.05	60.7
034	0.0*	27.4	−0.03	9.6
037	0.0*	35.0	−0.03	20.7
136	0.0*	99.8	+0.04	60.2
185	0.0*	93.3	−0.00	15.3
MGA59	0.0*	124.5	−0.02	78.9

*az értékek definíció szerint zérusak

Ha a predikált Bouguer-anomáliákból szabadlevegő-anomáliákat kell előállítanunk, akkor természetesen szükség van egy nagy felbontású és kellően pontos digitális terepmodellre (DTM), hogy a magasságfüggő trendet visszaállíthassuk a számítási pontban.

Kéregszerkezet-függő trendmodellek

Általánosan elfogadott nézet, hogy a Bouguer nehézségi anomáliák értékét a legerőteljesebben a kéregbeli sűrűséginhomogenitások eloszlása határozza meg. Ezért a vizsgált terület részletes 3D geológiai modellje nagymértékben segíthetné a nehézségi anomáliák (és egyéb potenciálfüggő adatok) predikcióját (Geiger és mások, 1990). Esetenként jól alkalmazhatók általánosított kapcsolatok is a nehézségi anomáliák és a kéregszerkezet között, amint azt a következőkben látni fogjuk.

A Pannon-medence világviszonylatban is kiemelkedő geofizikai és geológiai felmérsége következtében (pl. Royden és Horváth (ed.), 1989) mind a harmadkor előtti medencealjzat mind a Mohorovičić-diszkontinuitás topográfiája elérhető térképi formában (Kilényi és Rumpler, 1984; Posgay és mások, 1981)¹. A Bouguer-anomáliák és a medencealjzat felszíne közötti nyilvánvalóan nem-lineáris korreláció miatt (8. ábra), amely elsősorban az üledékek jelentős mértékű kompaktációjának következménye (Bielik, 1991), ez a kapcsolat is vizsgálat alá került és egy egyszerű, statisztikai megfontolásokból származó összefüggés bevezetésével sikerült azt modellezni (Papp, 1993):

$$\Delta g_B = \frac{A}{(z - B)^2} + C, \quad (46)$$

ahol A, B, C megfelelően választott modellállandók.

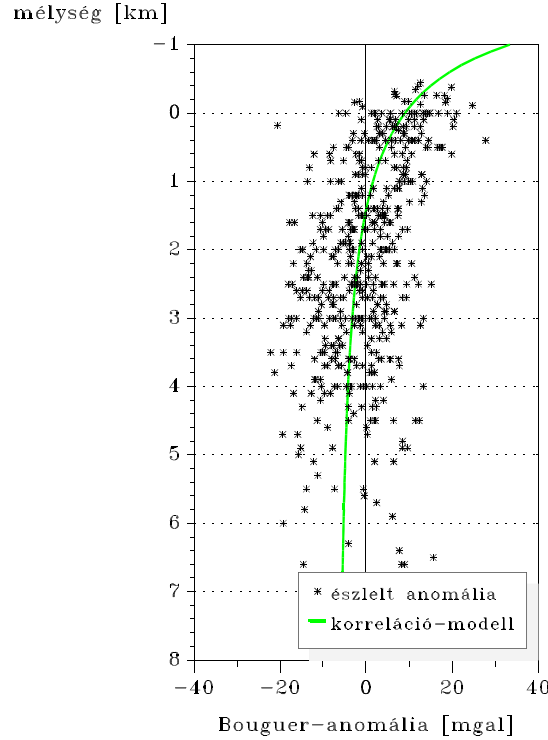
A korrelációs modell aljzatmélység – Bouguer-anomália adatokhoz való illesztése után ezen állandók és középhibáik értéke a következő:

$$A = 112.7 \pm 61.6 \text{ mgal km}^2, \quad B = 2.7 \pm 0.6 \text{ km}, \quad C = -6.7 \pm 1.3 \text{ mgal}$$

ha z értéke a mélység növekedésével csökken (azaz negatív előjelű).

A Bouguer nehézségi anomáliákat redukálva a modellből számított korrekciókkal olyan reziduál rendellenességeket kaptam, amelyeknek varianciája (57.8 mgal^2) a Bouguer-anomáliák varianciájához képest 27 %-kal csökkent. De nem csak a variancia csökkent, hanem – amint azt a következő szakaszban

¹A vizsgálatok idején e két publikáció szolgált alapul. Azóta újabb és pontosított térképek is elérhetők.

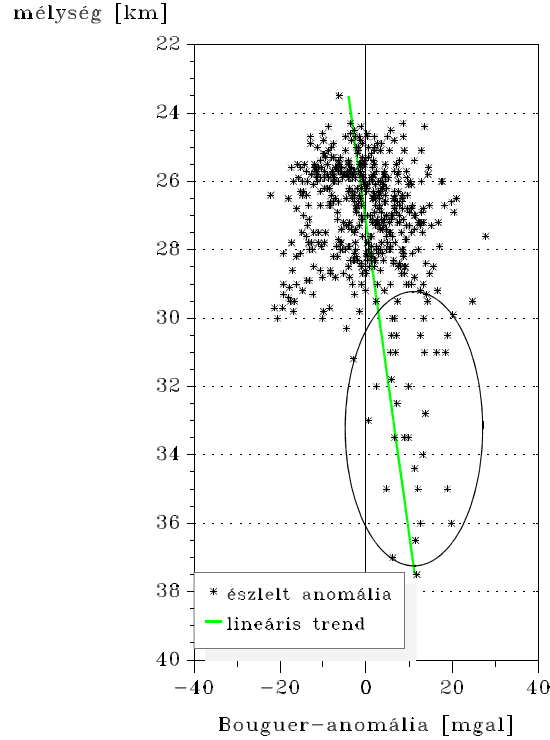


8.ábra. A Bouguer nehézségi anomáliák függése a medencealjzat mélységétől

látni fogjuk – a maradékok egyéb statisztikai jellemzői is kedvezőbbé váltak. A 10b. ábra szerint az anomáliák területi eloszlása is “véletlenszerűbb”, tehát kvázi-sztochasztikus képet mutat.

Az üledékvastagság és a Bouguer-anomáliák közötti korrelációs modell alkalmazása sikeres volt a Kisalföld-medencebeli üledékek kompaktációjának vizsgálatakor is (Papp és Kalmár, 1995). Ezek a vizsgálatok megerősítették, hogy a medencefejlődés során kialakult legmélyebb medencék alatt nagysűrűségű kéregbeli és/vagy kéregalatti közetanomáliáknak kell lenniük (pl. Kovácsvölgyi, 1994; 1996; Nemesi és Stomfai, 1992), ezzel kompenzálva az üledékből származó tömeghiány negatív tömegvonzási hatását.

A Bouguer-anomáliák és a Mohorovičić-felület domináns korrelációja az adatokból nem mutatható ki (9. ábra), sőt negatív korreláció tapasztalható, ami viszont ellentmond az izosztázia Airy-féle modelljének (Torge, 1980). Jól azonosítható, hogy a negatív korrelációt azok az adatok okozzák, amelyek a Du-



9.ábra. A Bouguer nehézségi anomáliák függése a Mohorovičić-felület mélységétől a Pannon-medencében. A bekarikázott pontok, amelyek nagyrészt a Dunántúli-középhegység területéről származnak, nyilvánvaló negatív korrelációt okoznak

nántúli-középhegység területére vonatkoznak. Itt viszonylag nagy, 10–15 mgal pozitív anomáliák észlelhetők (10a. ábra), annak ellenére, hogy egy viszonylag részletesen feltérképezett depressziót (az egyetlen ún. hegységgyökeret a Pannon-medence területén (Horváth, 1993)) mutat a Moho térkép. Ezt az ellentmondást mások (pl. Meskó, 1988) is tárgyalták és a magyarázatot abban lelték, hogy a kéregben magában kell lennie olyan sűrűség-inhomogenitásnak (pl. ún. dyke intrúzió), amely gravitációs hatását tekintve ellensúlyozza a Moho-felület kimélyülésének hatását. Természetesen elképzelhető, hogy a Bouguer-anomáliák számításakor a Bouguer-együttható értéke nem megfelelő az adott területre, azaz jelen esetben túlságosan kis redukciót eredményez, mert a területen a topográfiai tömegek sűrűsége nagyobb az átlagosnál. Azonban a 4. táblázat adatainak ismeretében ez az eltérés csak $+(200 - 300) \text{ kg/m}^3$

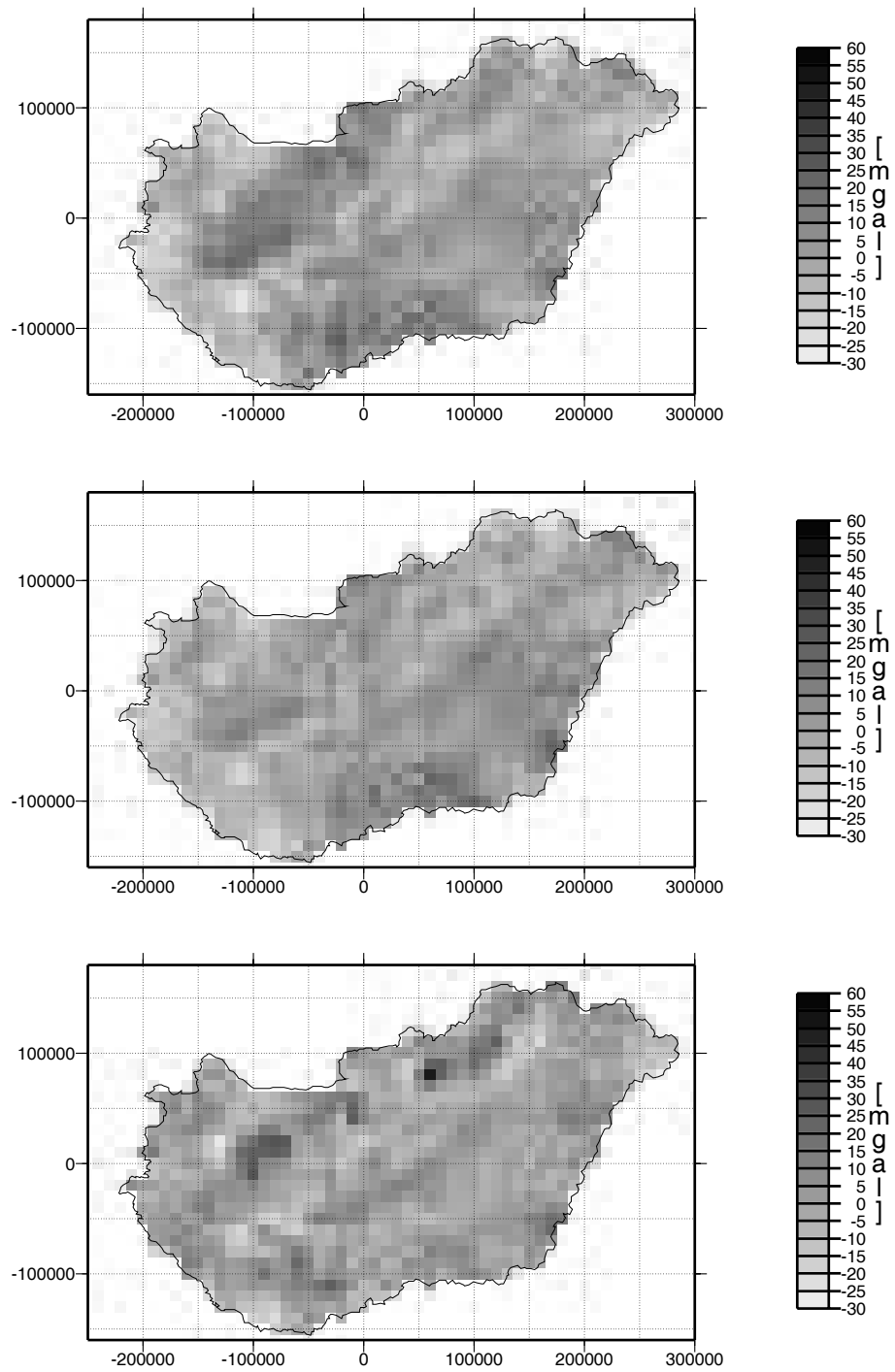
lehet, ami – tekintettel a Pannon-medence topográfiájának átlagmagasságára – nem elégséges ahhoz, hogy a pozitív anomáliákból negatív anomáliák legyenek. Egy kb. 15 mgal-os csökkenés már okozhatna – igaz elég gyenge – pozitív korrelációt. Ekkora változáshoz azonban kb. $+(1200 - 1300)$ kg/m³-el nagyobb sűrűséget kellene feltételezni az átlagos 2670 kg/m³-hez képest, tekintve a Dunántúli-középhegységre vonatkozó átlagos 238 m topográfiai magasságot (6. táblázat). Ez viszont irreálisan nagy, a felső köpeny sűrűségénél nagyobb felszíni sűrűséget eredményezne, amire én nem találtam bizonyítékot. Ezért a Moho-felület adatait nem tudtam a Bouguer-anomáliák egyszerű statisztikai redukciójához felhasználni.

6. táblázat. A Dunántúli-középhegység topográfiai magasságainak statisztikai paraméterei az 500 m \times 500 m-es DTM alapján, méter egységben

min.	max.	átlag	szórás
88	677	238	± 94

Globális trendmodellek

A globális geopotenciál modellek (pl. OSU91A, OSU89B) jelenlegi térbeli felbontása ($\lambda_{\min}/2$) eléri a 0.5°-ot, ezért ezen modellek használata a lokális/regionális nehézségi erőter adatok redukciójához nyilvánvalóan lehetséges. Ádám Józsefnek (1991) a Pannon-medence magyarországi részére vonatkozó vizsgálatait azt mutatják, hogy az OSU89B modell koefficienseiből ($n, m = 360$) számítható nehézségi erőter jól illeszkedik a valódi nehézségi erőter regionális jellegzetességeihez, legalábbis az alapvető statisztikák ismeretében. A maradék anomáliák varianciájának 72 mgal²-re csökkenése is ezt a megállapítást támasztja alá. Azonban kimutatható (Papp, 1993), hogy az OSU89B modell trendmodellként való használata kedvezőtlenül befolyásolja a nehézségi rendellenességek maradékainak statisztikai tulajdonságait, irreálisztikus, rövid hullámhosszúságú periodicitást okozva a maradék anomáliákban. Ez jól kivehető a maradékok empirikus autokovariancia-függvényének alakjából (11d. ábra), és hatása érvényesül az anomáliák predikciójában is, viszonylag nagy hibákat okozva.



10.ábra. Redukált nehézségi anomáliák a Pannon-medencében. a) Bouguer-anomáliák, b) az üledékek hatásával statisztikailag korrigált Bouguer-anomáliák, c) az OSU89B globális geopotenciál modellel redukált szabadlevegő-anomáliák

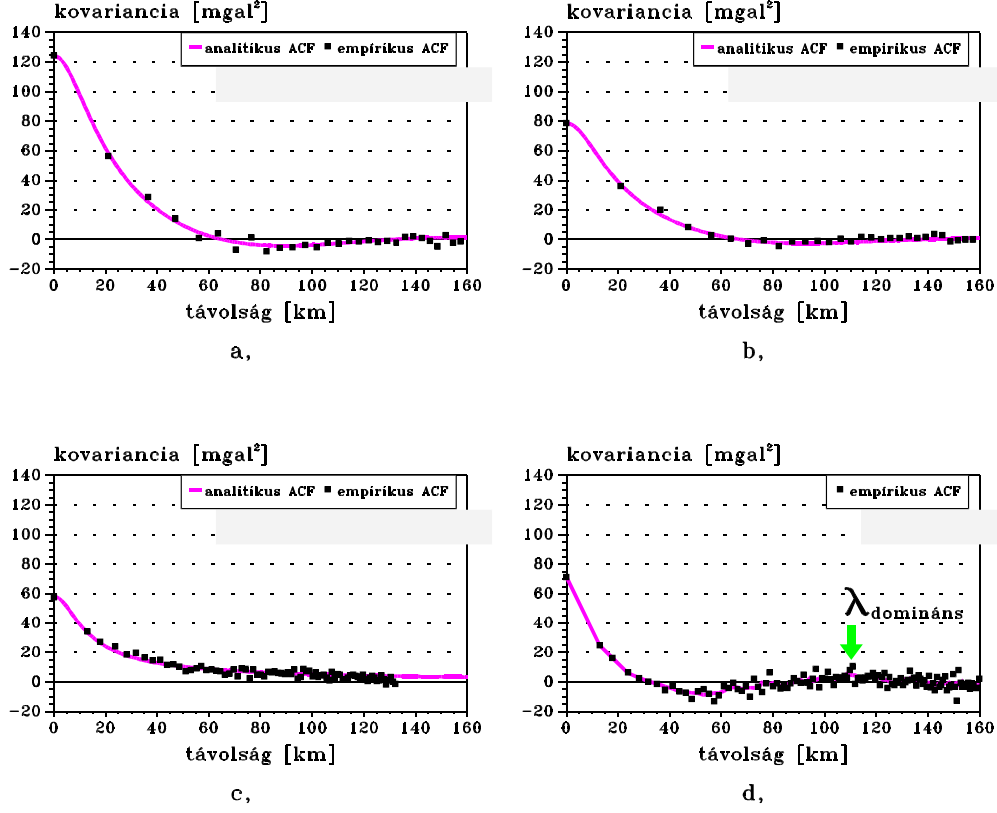
3.6 Regionális autokovariancia-függvények a Pannon-medencében

A nehézségi anomáliák tapasztalati autokovariancia-függvényének meghatározása (36) alapján – feltételezve az adatok homogenitását és izotrópiáját – a szorzatpárok képzésével és a szorzatpárok $\overline{P_i P_j}$ távolságok szerinti átlagolásával lehetséges. A távolságok alapján a szorzatpárok távolságosztályokba sorolhatók, és minden osztályhoz egy átlagérték rendelhető. Ez az átlagérték nem más, mint a kovariancia. Az így kapott kovariancia értékeket a távolságosztályba eső távolságok átlagértékéhez hozzárendelve a kovariancia-függvény grafikusán ábrázolható. Az így kapott adatsor természetesen csak becslése a valódi kovariancia-függvénynek. A becsült kovariancia értékekhez illesztenünk kell egy analitikus függvényt, amely jól reprezentálja a valódi ACF-et és amelyből bármely adott távolságra kiszámítható a kovariancia értéke. Ugyanis a variancia-kovariancia mátrix (34) elemeinek kiszámítása e függvény segítségével történik.

A 11. ábrán a regionális adatsor tapasztalati autokovariancia függvényének változása követhető a használt trendmodellek függvényében. Az előző szakaszban leírtaknak megfelelően jól észlelhető a variancia csökkenése az egymás után következő redukciók következményeként. Az is nyilvánvaló, hogy a sorozatos redukciók hatására az egyes maradék adatsorok sztochasztikus jellege növekedett. A már említett OSU89B modell alkalmazása esetében pedig látható, hogy bár a maradék anomáliák varianciája csökkent, az ACF-ben szisztematikus hatások érvényesülnek. Ezeknek a hatásoknak a jele az ACF oszcillálása a távolság-tengely körül. Ebből megbecsülhető a maradékok domináns periodicitása, amely esetünkben 110 km körüli érték. A fellépő periodicitásra a mintavételezési elmélet alapján a következő magyarázatot adtam (Papp, 1993).

A 110 km hullámhosszúság a földgömb felületén éppen megegyezik 1° gömbi távolsággal, amely megfelel a használt globális geopotenciál modell maximális felbontásának. A mintavételezés törvénye kimondja, hogy az a spektrális teljesítmény, amely az ún. Nyquist-féle mintavételezési frekvencia (f_N) fölötti tartományban van a mintavételezés miatt “áttükröződik” (folding/aliasing effect) az f_N -hez közeli frekvencia tartományba. Ennek eredményeképpen az ebbe a

tartományba eső becsült spektrális teljesítmények nagyobbak lesznek, mint a valódi spektrum ugyanebben a tartományában lévő teljesítmények (Meskó, 1984). Mivel a tárgyalt OSU modell előállításához $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ átlag nehézségi



11.ábra. Az MGA59 adatsor alapján számított 1D autokovariancia-függvények a Pannon-medencében. a) szabadlevegő-anomáliák, b) Bouguer-anomáliák, c) redukált Bouguer-anomáliák, d) az OSU89B modellel korrigált maradék szabadlevegő-anomáliák

anomáliákat használtak (Rapp és Pavlis, 1990), így a Δ mintavételi sűrűség 0.5° volt. A Nyquist-frekvencia definíciója (47) szerint ez a mintavételi sűrűség éppen 1° hullámhossznak felel meg, amely közelítőleg megegyezik az észlelt periodicitás hullámhosszával:

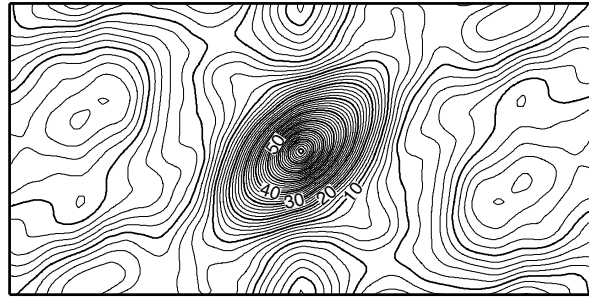
$$f_N = \frac{1}{2\Delta} . \quad (47)$$

A globális modell spektrumának, azaz (15)-ben a $T_{n,m}$ együtthatók torzulásának feltételezését támasztják alá a 2D autokovariancia-függvény meghatáro-

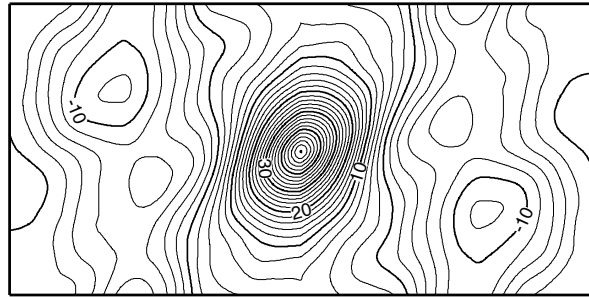
zások is, amelyeknek előnye, hogy nem kell az adatok izotrópiáját feltételezni, tehát a számítások információt adnak az adatok statisztikai korrelációjának irányfüggéséről is. Digitális 2D autokovariancia-függvények (vagy azok normált formái, az autokorreláció-függvények) legegyszerűbben a gyors Fourier-transzformáció segítségével állíthatók elő. A 12. ábra megerősíti, hogy 1) a sorozatos redukciók javítják a maradékok statisztikai kondícióit (a maradékok irányfüggése szinte teljesen megszűnik!), 2) az OSU89B modell alkalmazása szisztematikus torzulásokat (anizotrópia, oszcillálás) eredményez. Az OSU modell alkalmazásával nyert maradék anomáliák 2D autokovariancia-függvényéből különböző irányokban készített metszetek alapján az 1D ACF periodicitása is ellenőrizhető. A 2D számítások két domináns hullámhosszt emelnek ki. Az egyik hullámhossza $\lambda_1 = 120$ km, míg a másiké $\lambda_2 = 90$ km körüli (13. ábra). A két hullámhossz átlagértéke jól egyezik az 1D számítások eredményével. Mivel λ_1 és λ_2 értékei nem térnek el szignifikánsan egymástól, ill. a Nyquist-hullámhossztól, ezért igazoltnak látszik az OSU modell magas fokszerű együtthatói értékének torzulása. Nyilvánvalóan ez nem jelenti azt, hogy az OSU89B modell használhatatlan, csak használata előtt meg kell győződni arról, hogy a céljainknak megfelel-e a modell. A maximális fok- és rendszám csökkentésével elkerülhető a periodicitások előidézése és található olyan alkalmas \mathcal{N}, \mathcal{M} érték, melyre a maradékok varianciája csökken, de a statisztikai kondíciók nem romlanak.

A kovariancia-függvény triviális leírása (27) alapján a potenciálzavar ún. fok-variancia modelljével (Tscherning és Rapp, 1974; Marchenko és Abrikosov, 1994) lehetséges. Ebből az alapmodellből (reprodukáló magfüggvény) a kovariancia-terjedés törvénye alapján az összes potenciállal kapcsolatos paraméter fok-variancia modellje levezethető. Habár ennek a globális, gömbi koordináta rendszerbeli modellnek lokális alkalmazása lehetséges, általában mégis a lokális feladatokhoz (27)-nek valamely sík közelítését használják, ami lehetővé teszi a kovarianciák gyors meghatározását. A globális formula használatához ugyanis a Legendre-polinomok kiszámítása és összegzése szükséges, amely eléggé időigényes feladat.

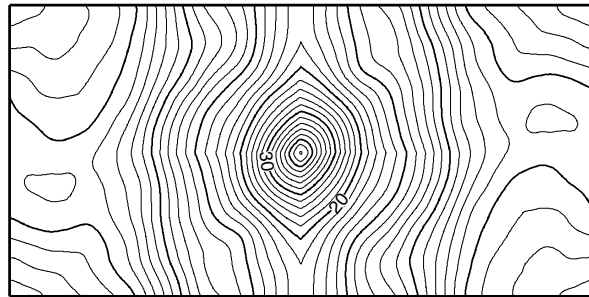
Az ismertebb lokális (sík) kovariancia-függvények vizsgálatának és a ma-



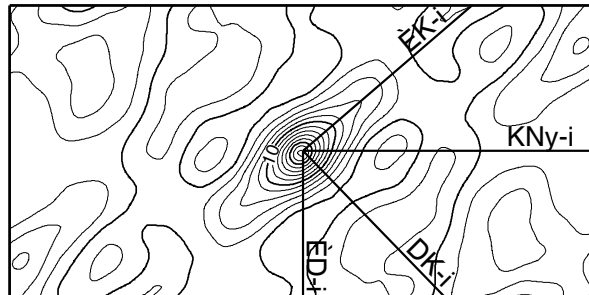
a,



b,

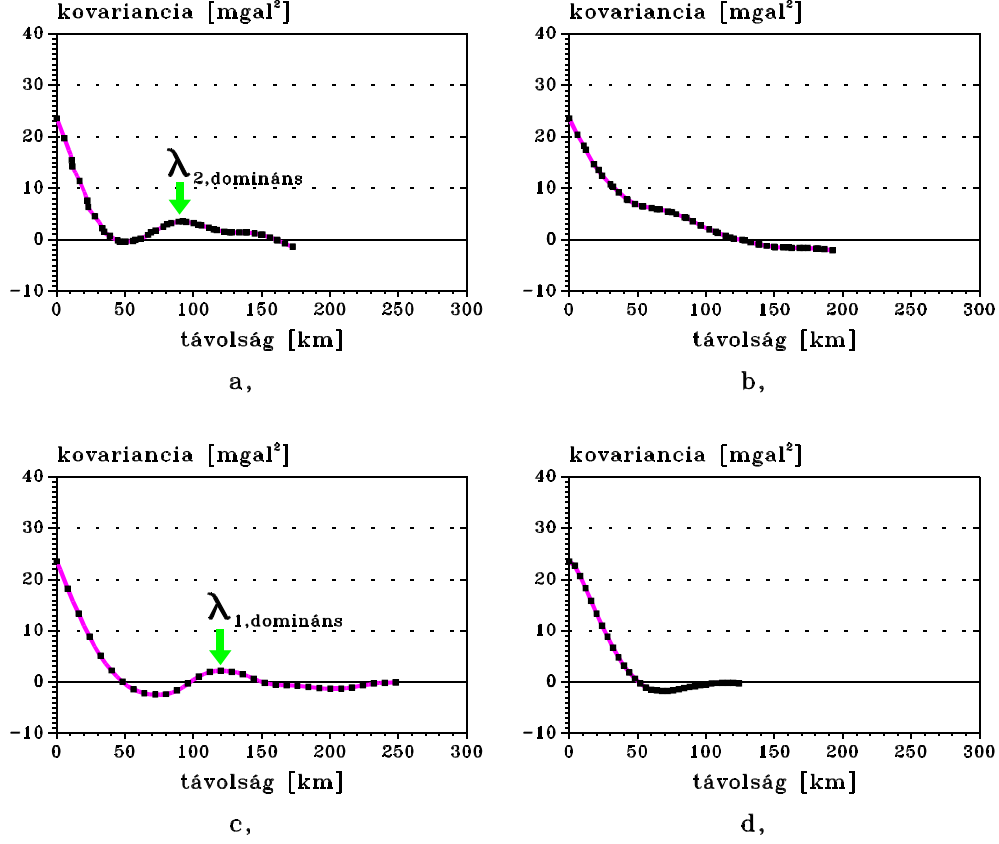


c,



d,

12.ábra. Nehézségi anomáliák digitális, 2D autokovariancia-függvényei a Pannon-medencében. Szintvonalköz 2 mgal^2 . a) szabadlevegő-anomáliák, b) Bouguer-anomáliák, c) redukált Bouguer-anomáliák, d) az OSU89B globális geopotenciál modellel korrigált maradék szabadlevegő-anomáliák és a 2D ACF-ből különböző irányokban készített metszetek helyeit jelölő vonalak



13.ábra. Metszetek az OSU89B globális geopotenciál modellel korrigált maradék szabadlevegő-anomáliák digitális 2D ACF-jéből. a) DK-i metszet, b) ÉK-i metszet, c) KNY-i metszet, d) ÉD-i metszet

gyarországi nehézségi anomália adatokra alkalmazásának eredményeit külön tanulmányban foglaltam össze (Papp, 1992). Ezekben a vizsgálatokban 6 féle kovariancia-függvény szerepel, melyek közül a módosított Hirvonen-függvény új függvényként a tapasztalati kovarianciákban megmutatkozó enyhe, csillapított amplitúdójú oszcilláció modellezésére került bevezetésre. A szabadlevegő-anomáliák esetén ezt a függvényt lehetett legjobban illeszteni a tapasztalati kovarianciákhoz:

$$C(r) = C_0 \frac{1}{(1 + B^2 r^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{\sin(kr)}{kr}, \quad (48)$$

ahol C_0 a variancia, B a korrelációs-távolság (Moritz, 1980) és k az oszcillálás periódusát meghatározó paraméter. Bizonyítható (Papp, 1992), hogy (48) kielégíti a kovariancia-függvény definíciójának elégséges feltételeit (Kasper, 1971).

3.7 Különböző típusú nehézségi anomáliák legkisebb négyzetes predikciója a Pannon-medencében

Az analitikus modellek legkisebb négyzetes illesztése után (34) megoldásával jutottam a különböző típusú predikált nehézségi anomáliákhoz. A predikált rendellenességek pontosságának becslésére kétféle módszert használtam.

Az egyik módszer magából a kollokációból adódik, mivel az adatok (jel) varianciájából, kovarianciáiból és a mérési hibákból (zaj) a predikált érték megbízhatósága levezethető (35). Ennek a hibabecslési módszernek az ellenőrzésére ismert pontokra vonatkozóan is végeztem predikciót, mégpedig úgy, hogy a feldolgozás alatt levő adatsor összes pontját előállítottam a környező pontok segítségével. Természetesen azt a pontot, melynek helyére éppen a predikciót végeztem mindig kihagytam a kiválogatható bázispontok (melyekből a becsült anomália érték levezetésre került) közül. Ezzel a dinamikus pontkihagyásos módszerrel 1) sikerült elkerülnöm a predikcióba bevonható pontok számának csökkentését, mivel nem kellett kizárnom az ellenőrző pontokat (csak mindig egyet!) a felhasználható pontok közül, 2) az elérhető maximumra növeltem a minták számát a becslési hibák statisztikai vizsgálatához és 3) nem kellett jelentősen módosítanom a pontok geometriai eloszlását és ezzel érvényesülhetett az összes előnyös és előnytelen geometriai szomszédsági viszony (Kalmár, 1994) (pl. pontok az adott terület szélein). A fentiek értelmében δ_i becslési hibák számítása az összes rendelkezésre álló \mathcal{N} számú pontra a

$$\delta_i = \Delta g_i^{\text{ismert}} - \Delta g_i^{\text{predikált}} \quad i = 1, 2, 3, \dots, \mathcal{N} \quad (49)$$

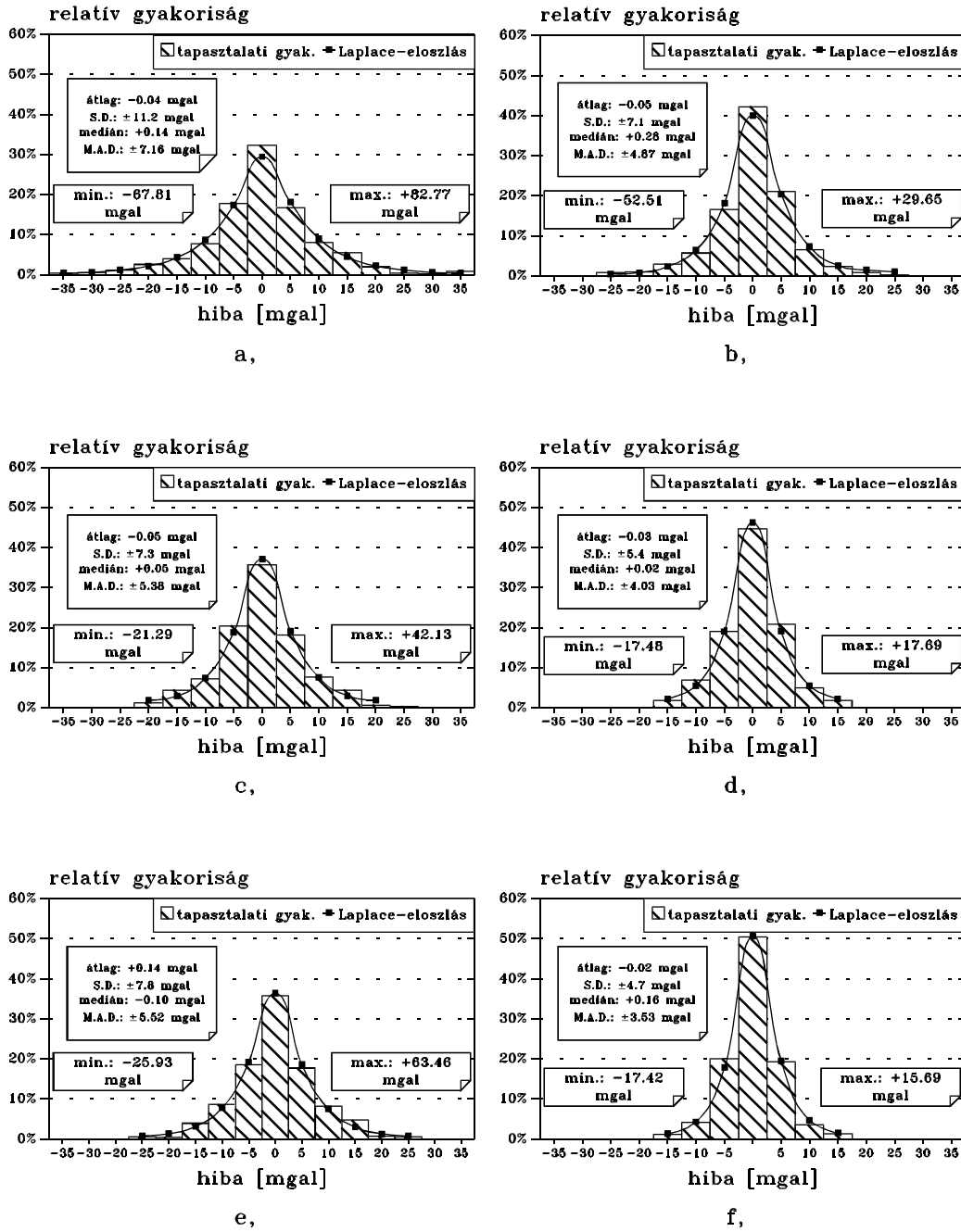
összefüggés alapján történt. A kétféle hibaszámítási módszerrel kapott eredmények összehasonlításából az derült ki, hogy a hibaterjedés alapján kapott pontbeli hibák mindig jelentősen kisebbnek adódtak, mint a közvetlen összehasonlításból származók, ezért csak az utóbbiakat dolgoztam fel. A hibasorozatok χ^2 tesztje szerint, azok statisztikai eloszlásai nem tekinthetők normálisnak, hanem átlagosan 20 %-os szignifikancia szinten Laplace-eloszlásúak (Papp, 1992). A statisztikai eloszlásnak megfelelő átlagos hiba, azaz az eltérések szórása (50) szerint az átlagos abszolút hiba (Mean Absolute Deviation = M.A.D.) definí-

ciója alapján számolható (Somogyi és Závoti, 1993):

$$\sigma_{\text{M.A.D.}} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} |\delta_i - \bar{\delta}|, \quad (50)$$

ahol δ_i az i -ik ellentmondás, \mathcal{N} az ellentmondások száma és $\bar{\delta}$ a medián (a δ_i hibák várható értéke). Az így kapott $\sigma_{\text{M.A.D.}}$ szórások szisztematikusan kisebbnek adódtak, mint azok, amelyeket a megszokott átlagos középhiba képzéssel kaptam (14. ábra). Tehát a statisztikailag helytelen mérőszámok használata a predikció pontosságának megítélésében negatívan befolyásolta volna a véleményemet, a helyes mérőszámok alapján a kép kedvezőbb.

Tanulmányoztam (Papp, 1992) a predikcióhoz felhasznált pontok geometriai eloszlásának pontosságra gyakorolt hatását is. Ehhez a vizsgálathoz használtam fel a 3.4-ben említett Round Lake Batholyt 3D sűrűségmodelljét, amelyből analitikus úton tetszőleges helyre levezethető a modell által keltett nehézségi (Bouguer) anomália értéke. Kétféle ponteloszlást (véletlen- és sejtszerű) előállítva szimuláltam a regionális és a lokális adatsorok geometriáját. Az így kapott pontokra a sűrűségmodellből meghatároztam a nehézségi anomáliákat és ezzel megkaptam a predikcióhoz szükséges bázispontok halmazait. Az ellenőrző pontokat szabályos rácson számítottam ki, majd erre a rácsra történt a predikció a kétféle ponteloszlású adathalmazból. Azért választottam a rács geometriát, mert a predikció egyik legfontosabb alkalmazása éppen az adatok geometriai eloszlásának regularizálása, vagy az adatok megjelenítése, vagy további feldolgozása céljából. Továbbá a rácsra végzett predikció által ellenőrizni tudtam azt is, hogy az ebben a szakaszban leírt hibabecslési módszerből (dinamikus pontkihagyás) származik-e valamilyen szisztematikus hatás a hibák alakulását illetően. Ugyanis egyenletesen szórt ponteloszlásnál az aktuális (ellenőrző) pontok kihagyása mindig “űrt” képez a bázispontok között, így általában a legközelebbi pontok, melyekből ténylegesen a predikciót végezzük, az átlagos ponttávolsággal megegyező sugarú körön ill. azon kívül helyezkednek el. Helyesen megválasztott és elhelyezett rács esetén azonban elérhetők kedvezőbb szomszédsági viszonyok, amelyek pozitívan befolyásolják a predikció pontosságát. A sejtszerű vagy vonalas ponteloszlásnál a pontok kihagyása kevésbé tor-

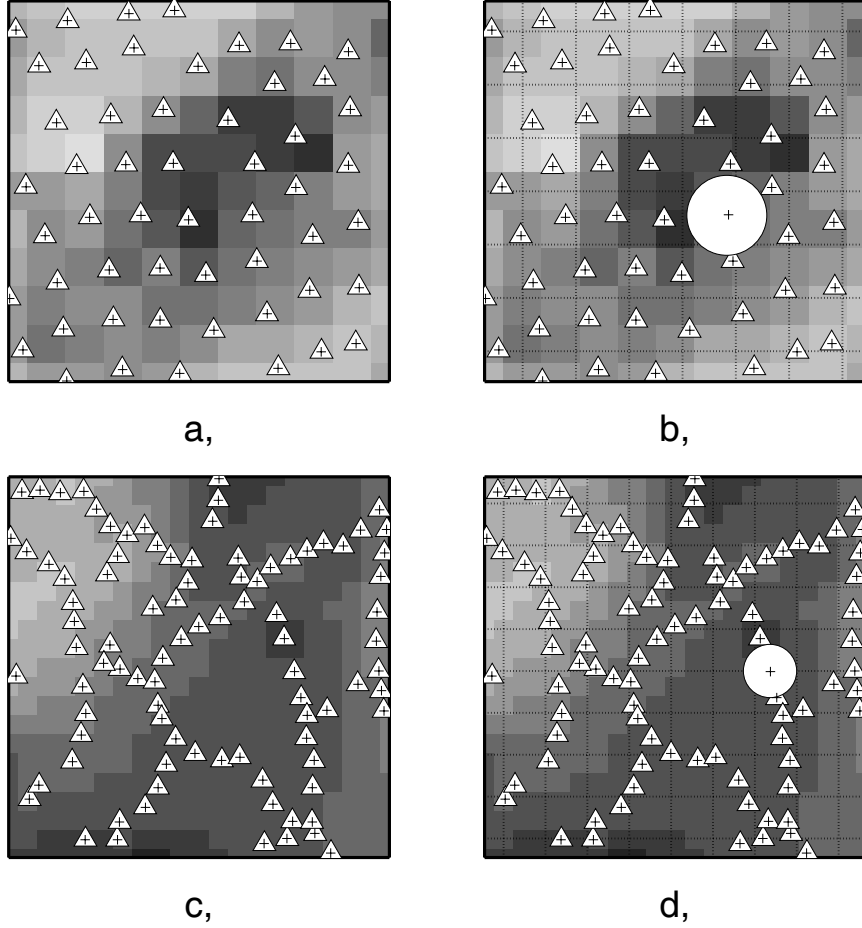


14.ábra. Az MGA59 adatsorból képzett nehézségi anomáliák predikciója során kapott ellentmondások hisztogramjai és a megfelelő elméleti sűrűségfüggvények. a) Szabadlevegő anomáliák Gauss-féle ACF-el predikálva, b) szabadlevegő anomáliák Hirvonen-féle ACF-el predikálva, c) Bouguer-anomáliák Gauss-féle ACF-el predikálva, d) Bouguer-anomáliák Hirvonen-féle ACF-el predikálva, e) maradék Bouguer-anomáliák Gauss-féle ACF-el predikálva, f) maradék Bouguer-anomáliák Hirvonen-féle ACF-el predikálva

zítja az eredeti geometriát, mivel a vonalak mentén általában sűrűn helyezkednek el a pontok, míg a vonalak között nagyobb területek lehetnek adat nélkül vagy csak kevés adattal (15. ábra). Tehát ebben az esetben a hibabecslési módszer kedvezőbb képet nyújthat a reálisnál, mivel az esetek többségében akad két olyan pont is, amelyek jól közrefogják a predikálandó pontot és közelebb vannak, mint a területre vonatkozó átlagos ponttávolság. A várakozásokat a számítások igazolták, mivel ha a vonalas ponteloszlás szimulációjából predikáltam a nehézségi anomáliákat a referencia rácsra, szisztematikusan (30 %-kal) nagyobb átlagos hibákat kaptam, mint amikor a “pontkihagyásos” módszert alkalmaztam. Ennek alapján úgy gondolom, hogy ha vonalas ill. sejtyszerű ponteloszlású adatokból kell rácsot képezni valamilyen célból, akkor az interpolált értékek megbízhatóságát megbecsülhetjük a “pontkihagyásos” módszerrel, de a megbízhatósági mérőszámot ezzel a 30 %-al korrigálni, azaz növelni kell. A (35) képlet használatának nem sok értelmét látom, mert a hibaterjedés alapján kapott hibák nincsenek korrelációban a direkt összehasonlításból kapott értékekkel. Természetesen ez a következtetés csak a legkisebb négyzetes predikcióra érvényes, más típusú interpolációk esetében a kérdés eldöntéséhez a vizsgálatokat meg kell ismételni.

A hibák hisztogramjaiból (14. ábra) jól látszik, hogy az analitikus autokovariancia-függvény típusának is jelentős szerepe van a kollokációval becsült nehézségi anomáliák pontosságára. Ellenben úgy tűnik, hogy az analitikus modell illeszkedése az empirikus kovariancia adatokhoz csak másodlagos szerepet játszik, hiszen a vizsgálatokban használt ún. Hirvonen-típusú függvények közül éppen a legkevésbé illeszkedő adta a legjobb eredményt, míg a Gauss-féle ACF, melyet általában közepes illeszkedés jellemez nyújtotta a legkisebb megbízhatóságot (Papp, 1992). Itt ismét fel kell hívnom a figyelmet arra az elmentmondásra, hogy (35) szerint kapott hibák éppen a Gauss-féle ACF esetén voltak a legkisebbek. Valószínűleg ez a tapasztalat összefüggésben van azzal, hogy a kollokáció formulái az L_2 norma alapján lettek levezetve, mely norma a normális eloszlású adatok esetén ad optimális megoldást. Ha a $\Delta g(x, y)$ adatok normális eloszlású valószínűségi változók, akkor a távolság függvényében a köztük lévő kovariancia a Gauss-féle autokovariancia-függvénnyel adható meg

(Priestley, 1981), ezért (35) szisztematikusan erre a kovariancia-függvényre adja a látszólag legkisebb predikciós hibát.



15.ábra. A dinamikus pontkihagyásos módszer hatása a bázispontok geometriai eloszlására egyenletes (a, b) és vonalas (c, d) ponteloszlás esetén. A fehér háromszögek képviselik a felhasználható bázispontokat, a keresztek a lehetséges ellenőrző pontokat mutatják. A fehér kör szimbolizálja a legközelebbi pont távolsága által meghatározott adat nélküli “űrt” az aktuális pont körül, a rács sűrűsége pedig megfelel az átlagos ponttávolságnak. A szürkéségi árnyalatok a szabadlevegő-anomáliák térképeit reprezentálják

4. Determinisztikus módszerek a nehézségi erőter modellezésében

4.1 A nehézségi erőter modellezése földfelszíni adatok alapján

A geodéziai peremérték feladat (Geodetic Boundary Value Problem) különböző típusú megoldásai mind ebbe a témakörbe tartoznak. A megoldások abból a törvényszerűségből indulnak ki, hogy ha elég információval rendelkezünk a nehézségi erőteret keltő tömegek S_0 határoló felületén az erőter szerkezetére vonatkozóan, akkor anélkül, hogy bármi információnk lenne a határoló felületen belüli B_0 térfogatban a $\varrho(Q)$ tömegeloszlásról, a külső erőter és annak minden paramétere egyértelműen meghatározható (Albertella és Sansò, 1994):

$$\int_{S_0} \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\nu} dS_0 = -G4\pi \int_{B_0} \varrho(Q) dB_0 = \int_{B_0} \Delta V dB_0, \quad (51)$$

ahol \mathbf{g} a nehézségi erő ill. gyorsulás vektora, $\boldsymbol{\nu}$ a felületi normális vektora. A nehézségi potenciál harmonicitása miatt az erőter különböző paramétereinek között szigorú funkcionál kapcsolatok vannak. Ezek a funkcionálok jól alkalmazhatók a nehézségi erőter zavaró potenciáljának gömbfüggvények szerinti sorfejtésére és így az összes nehézségi erőter-függő mennyiség előállítható gömbfüggvény-sor alakban is. Ezért tesznek a világ számos kutatóhelyein erőfeszítéseket minél nagyobb fok és rendszámú globális potenciál modellek újabb és újabb meghatározására (Heiskanen és Moritz, 1967):

$$T(\phi, \lambda, r) = GM \sum_{n=2}^{\mathcal{N}} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\sin \phi). \quad (52)$$

A globális nehézségi erőter meghatározása tehát nem más, mint a megfelelő C_{nm} és S_{nm} együtthatók kiszámítása a felszíni és szatellita-geodéziai adatokból. Természetesen a potenciálzavart nem tudjuk mérni, de a vele funkcionális kapcsolatban álló pl. nehézségi rendellenességeket igen. Így a fizikai geodézia alapegyenletének alapján a Fourier-módszer segítségével az együtthatók előál-

líthatók a következő integrálokkal (Heiskanen és Moritz, 1967):

$$C_{nm} = \frac{1}{4\pi\gamma(n-1)} \iint_{\sigma} \Delta g(\phi, \lambda) \cos(m\lambda) P_{nm}(\sin \phi) d\sigma \quad (53)$$

$$S_{nm} = \frac{1}{4\pi\gamma(n-1)} \iint_{\sigma} \Delta g(\phi, \lambda) \sin(m\lambda) P_{nm}(\sin \phi) d\sigma \quad (54)$$

A globális modelleknek a pontossága a felhasználható adatok egyenlőtlen területi eloszlása és a sorfejtés kényszerű csonkítása miatt a lokális alkalmazásokhoz általában nem elégséges ($\sigma_N = \pm(0.5 - 2)$ m (Rapp, 1994)). Emiatt jelenleg a nehézségi erőter modellezését a feladat méreteinek megfelelően globális és regionális/lokális értelemben, egymástól elkülönítve végzik. Azonban már tapasztalhatók a két irány bizonyos konvergenciájának jelei, hiszen az ún. “területre szabott” (taylorred) gömbi harmonikus modellek is egyre többször meghatározásra és felhasználásra kerülnek a gyakorlatban. (Bašić, 1989; Ben-ciolini és mások, 1990).

A lokális és a globális megoldások együttes alkalmazása eredményezte az ún. “remove-restore” technika kialakulását és általános elterjedését. Ennek értelmében mindazt az információt, amit a globális modellek korlátozott felbontóképességüknél fogva már nem tartalmaznak, a lokális, általában jóval nagyobb felbontást lehetővé tevő adatokból nyerjük, ún. hozzájárulás formájában. A kétféle hozzájárulás kombinálása előtt a lokális adatokat (pl. nehézségi anomáliák, függővonal-elhajlások stb.) redukálni kell a globális modellből számítható hozzájárulással, ezzel mintegy eltávolítva a lokális adatokban megmutató trendet és a nagy hullámhosszúságú hatásokat:

$$\Delta g_r = \Delta g_{\text{obs}} - \Delta g_{\text{GPM}} , \quad (55)$$

ahol

Δg_r – a reziduál nehézségi rendellenesség

Δg_{obs} – az észlelt/“observed” nehézségi rendellenesség

Δg_{GPM} – a Globális Potenciál Modell hozzájárulása.

A lokális hozzájárulások kiszámítása rendszerint a Stokes-féle peremérték feladat megoldásával, azaz a Stokes-integrál valamely megfelelően lokalizált formájával (56), vagy a már említett kollokációval történik, de szóba jöhetnek

egyéb módszerek is, mint pl. Mologyenszkij-féle asztrogravimetriai szintezés (magyarországi alkalmazására ld. (Gazsó és Taraszova, 1984)). A

$$\tilde{N}_r = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_L \Delta g_r S_l(\psi) \sin(\psi) d\psi d\alpha \quad (56)$$

formula kiértékelése, ahol \tilde{N}_r a reziduál nehézségi anomáliákból számított geoidunduláció hozzájárulás, $S_l(\psi)$ a lokalizált Stokes-magfüggvény, ψ a gömbi távolság a számítási pont és a Δg_r anomáliák helye között, L a lokális integrálás határa, történhet numerikus integrálással vagy tekintettel arra, hogy a fenti forma síkbeli közelítése (flat-earth approximation) alapján a geoidunduláció előállítható a nehézségi anomáliák és a Stokes-féle magfüggvény konvolúciójaként, a síkbeli számítás elvégezhető a Fourier-transzformáció segítségével is (Sideris, 1994).

A geoidunduláció lokális hozzájárulásának meghatározása után következhet az ún. “restore” lépés, mellyel összegezzük a globális és lokális hatásokat:

$$N = N_{\text{GPM}} + \tilde{N}_r, \quad (57)$$

ahol N_{GPM} – a globális modell unduláció hozzájárulása.

Méréseink diszkrét volta miatt a már tárgyalt mintavételezési törvény értelmében pusztán ez az eljárás torzított eredményt ad abban az esetben, ha a nehézségi anomália értékek nem reprezentálják kellőképpen a nehézségi erőter nagyfrekvenciás/rövid hullámhosszúságú változásait. Ez főképpen az erősen tagolt topográfiájú területeken jelent gondot, ahol éppen a nehézségi mérések sűrítése nagyon nehézkes, és emiatt pusztán a mérésekből nem modellezhető a spektrumnak ezen része. Ennek megfelelően az adatokból nem csak a globális, tehát a nagy hullámhosszúságú hatásokat kell eltávolítani a “remove” lépésben, hanem a felszíni, ill. felszínközeli sűrűség-anomáliák keltette igen rövid hullámhosszúságú, $\lambda \leq (2 - 5)$ km hatásokat is. Azonban ez nem jelenti azt, hogy a topográfiai tömegek teljes hatását el kell távolítanunk a mérésekből, hiszen a globális modell már tartalmazza ezen tömegek hatásának egy részét, mivel a GPM együtthatók meghatározásához felhasznált szabadlevegő nehézségi rendellenességek erősen függenek a topográfia alakulásától. Így

csak az ún. maradék topográfia (residual terrain) hatását szabad korrekcióként (Δg_{RTC}) felhasználni a nehézségi rendellenesség adatok redukálásához. Ezzel tulajdonképpen fizikai törvényszerűségeken alapuló sávszűrést végzünk, amely nagymértékben javítja (56) szinte minden megoldásában a feldolgozott adatok (Δg_r) kondícióit:

$$\Delta g_r = \Delta g_{\text{obs}} - \Delta g_{\text{GPM}} - \Delta g_{\text{RTC}} , \quad (58)$$

azaz a végeredményül kapott \tilde{N}_r geoidunduláció a legkevesebb szisztematikus torzulással állítható elő. Természetesen a fentiek értelmében a “restore” lépésben a maradék topográfiából adódó korrekciónak megfelelő N_{RTC} unduláció hozzájárulást is figyelembe kell venni:

$$N = N_{\text{GPM}} + \tilde{N}_r + N_{\text{RTC}} . \quad (59)$$

4.2 A Föld sűrűségeloszlásának ismeretén alapuló modellezési eljárások

A newtoni tömegvonzási törvény értelmében bármely testnek a nehézségi potenciálja leírható, ha a testet határoló S_0 felületen belüli B_0 térfogatban ismerjük $\varrho(x, y, z)$ sűrűségfüggvényt:

$$V = G \int_{B_0} \frac{\varrho(x, y, z)}{r} dx dy dz . \quad (60)$$

Globális méretekben azonban a sűrűségfüggvény kellő pontossággal nem ismert és legtöbbször csak közvetett úton modellezhető. Erre jó példa az izosztázia, melynek alapelve szerint, ha a felszíni topográfia (az óceánok és tengerek területén a tengerfenék topográfiája) és annak sűrűsége (a víz sűrűsége), valamint a sűrűségkontraszt a földkéreg és a felső köpeny között ismert, akkor ezen három paraméter alapján $\varrho(x, y, z)$ közelíthető egy egyszerű két- ill. háromréteges modellel az ún. kiegyenlítődési felületig a felszín alatti 50–60 km-es gömbhéjban. Az így alkotott modell alapján lehetőség van pl. a nagy hullámhosszúságú geoidundulációk ún. előre (forward) modellezésére és geofizikai értelmezésére (Engels és mások, 1995), de ellenőrizhetők az izosztázia érvényességi feltételei is az izosztatikus-anomáliák globális vizsgálatával (Tóth és Völgyesi, 1992).

Gyakran elhangzó ellenérv a sűrűségmodellek használatával kapcsolatban, hogy a számítások nem adnak egyértelmű eredményt, mivel a legkülönbözőbb eloszlások képesek ugyanazt a nehézségi erőteret létrehozni. Ha csak a geodéziai szempontokat nézzük, ez alapvetően igaz, de már pl. a maradék topográfia hatásának figyelembevételkor is felmerül az igény, hogy a korrekt felszíni sűrűségadatokat használjuk a számításokhoz, hiszen az egyéb földtudományokkal foglalkozó szakterületek eredményei alapján bizonyított tény, hogy az általánosan használt 2670 kg/m^3 sűrűségérték csak globális és regionális méretekben elfogadható. És azt sem szabad elfelejtenünk, hogy valójában csak egyetlen Föld létezik, amelynek csak egyféle sűrűségeloszlása van, még akkor is, ha maga a Föld határozottan dinamikus rendszer. A földtudományok haladásával és az eredmények integrálásával a sűrűségeloszlás ismeretének hiányosságai fokozatosan pótolhatók és már jelenleg is, amint az a következő fejezetekből látszik, a földkéreg megfelelő felbontású lokális sűrűségmodellje lehetővé teszi a geoid modellezését az egyéb módszerek által szolgáltatott eredményekkel összevethető pontossággal. Ezzel azonban kettős feladatot szolgálunk egyszerre: 1) előállítunk a földfelszíni nehézségi rendellenességektől nagymértékben független geoidmegoldást, 2) lehetőséget teremtünk a geoidundulációk fizikai értelmezésére.

4.3 Térfogatelem alapú sűrűségmodellek

Ha részletes adatokkal rendelkezünk egy terület geológiai-geofizikai paramétereinek 3D eloszlásáról, akkor a térfogatelemek használatával az adott információk (pl. sűrűségadatok, szeizmikus hullámok sebességei, mechanikai közetparaméterek stb.) térbeli eloszlása lehatárolható számításokra alkalmas formában is. Az így előállított modellnek a térfogatelemek alkotják a geometriai vázát, míg az egyéb paraméterek, amelyek egy-egy térfogatelemhez hozzárendelhetők, képezik a fizikai alapokat. Az egyik legegyszerűbb térfogatelem a derékszögű hasáb vagy prizma, melynek geometriája lehetővé teszi, hogy térfogati integrálját – (60)-ra alkalmazva – analitikus úton adjuk meg. Éppen ezért ennek a térfogatelemnek igen fontos szerepe van a nehézségi erőter forward

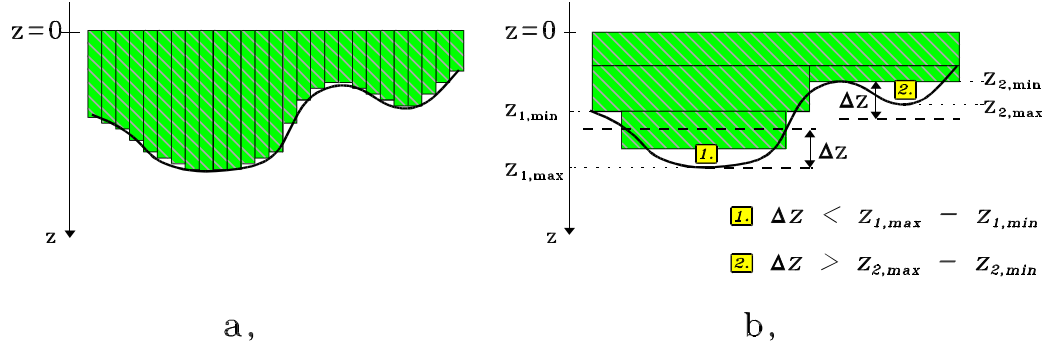
modellezésében. A nehézségi potenciál additivitása miatt bármilyen bonyolult test nehézségi potenciálja számítható a test megfelelő térfogatelem alapú reprezentációjából, egyszerűen összegezve az egyes térfogatelemek “elemi” hatását (Nagy, 1980):

$$V = G \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \iiint_{a,b,c} \frac{\varrho(x,y,z)}{r} dx dy dz , \quad (61)$$

ahol \mathcal{N} a térfogatelemek száma, G a gravitációs állandó, r a távolság-függvény, a, b, c az i -ik térfogatelem megfelelő oldalhosszai és $\varrho(x, y, z) = \text{állandó}$ az a, b, c integrálási határokon belül.

A közetsűrűségek eloszlásának rétegszerű elrendeződése esetén, változó méretű térfogatelemek generálása jól automatizálható, ha a réteg(ek) geometriája térképi vagy digitális formában ismert (Kalmár és mások, 1995). Ilyen esetben az elemek létrehozása (az elemek számának minimalizálása útján) jelentős optimalizációt is eredményez pl. az elemi rács (digitális terepmodell) reprezentációval szemben, ahol a rácspontok $x_p - \Delta x/2 \leq x < x_p + \Delta x/2$; $y_p - \Delta y/2 \leq y < y_p + \Delta y/2$ környezete képezi egy elemi hasáb alapját, míg annak harmadik dimenzióbeli mérete egyenlő a rácspont z_p értékével az adott x_p, y_p helyen (16a. ábra). Ha a rétegek digitális modellje sűrű, azaz $\Delta x, \Delta y$ a terület méreteihez képest kicsi, valamint a fizikai paraméterek eloszlása egyszerű (pl. homogén sűrűségeloszlás), akkor szükségtelen ez az elemi megközelítés. Az azonos értékű fizikai paraméterrel rendelkező elemi hasábok nagyobb blokkokká vonhatók össze (16b. ábra), amelyeknek pl. a gravitációs hatása megegyezik az elemi prizmák blokkon belül összegzett hatásával. Ezzel az eljárással sokszor a tizedére lehet csökkenteni a prizmák számát anélkül, hogy a modell által generált nehézségi erőter jelentősen eltérne az elemi blokkok által keltett összhatástól. Mivel a számítási igények lineárisan függenek a prizmák és a számítandó pontok számától, ezért az optimalizáció végső soron jelentős időmegtakarítást jelent ². Nyilvánvalóan az elemi megközelítés eredményezi a legrészletesebb gravitációs képet, azonban a generalizálással (az ún. Δz tole-

²A HP9000/720 munkaállomáson az átlagos futásidő-igény kb. $3 \cdot 10^{-4}$ s/prizma/pont, ami egy 10,000 prizmából álló modell hatásának 100×100 pontban történő meghatározása esetén 2.8 órát jelent.



16.ábra. 2D rácsmodellből számítható elemi (a) és optimalizált (b) térfogatelem modellek viszonya. Δz a közelítés pontosságát befolyásoló ún. tolerancia-paraméter. $z_{max} - z_{min}$ aktuális értékének Δz -vel való összevetése határozza meg egy újabb térfogatelem létrehozását ill. elhagyását

rancia-paraméter megfelelő megválasztása által) tetszőleges pontosságú közelítés érhető el (Kalmár és mások, 1995). A tolerancia-paraméter alapján dönti el az optimalizáló algoritmus, hogy folytatnia kell-e a vizsgált térrész prizmákkal való kitöltését vagy áttérhet a következő térrészre (16b. ábra).

A derékszögű hasáb alapú modellezés nem az egyetlen lehetőség. Sokféle egyszerű geometriájú test (pl. gömb, kúp, henger, sokszögalapú hasábok, polihedronok) nehézségi erőtere megadható zárt analitikus alakban (pl. Götze és mások, 1996; Meskó, 1989; Steiner, 1982; Talwani, 1973). Mindezek az alapelemek azonban nehézkessé, vagy éppen lehetetlenné teszik az automatikus modellgenerálást, ami nagy bonyolultságú modelleknél alapvető fontosságú. Ilyen esetben ugyanis biztosítani kell, hogy egyrésről az elemek között ne legyenek átfedések (azaz egyik térfogatelemnek se legyen geometriai áthatása a másikkal), másrésről a folytonos csatlakozást is biztosítani kell (azaz ne legyenek hiányok, “üres” térrészek a térfogatelemek között) ott, ahol a folytonosság ezt megköveteli. Ezek a feltételek a derékszögű hasábok használatával biztosíthatók egyszerűen és egzakt módon.

4.4 A derékszögű hasáb nehézségi erőtere

A derékszögű hasáb nehézségi erőterének potenciálja Nagy (1980) alapján az alábbi alakban írható fel:

$$V|_{x_i y_j z_k}^P = G\varrho \left| xy \ln(z+r) + yz \ln(x+r) + zx \ln(y+r) - \right. \\ \left. -0.5x^2 \tan^{-1} \frac{yz}{xr} - 0.5y^2 \tan^{-1} \frac{xz}{yr} - 0.5z^2 \tan^{-1} \frac{yx}{zr} \right|, \quad (62)$$

ahol $r = \sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_j)^2 + (z_p - z_k)^2}$ ($i, j, k = 1, 2$) a távolság a hasáb csúcsai és a P számítási pont között, G a gravitációs állandó, ϱ a hasáb sűrűsége, x , y és z koordináta-különbségek a számítási pont és az aktuális csúcspont koordinátái között. Mivel egy prizmaának nyolc csúcsa van, ezért (62) nyolcszor számítandó a megfelelő indexű integrálási határok behelyettesítésével, majd U_p potenciál értéke megkapható a részeredmények (63) szerinti összegzésével.

$$V_P = V|_{x_2 y_2 z_2}^P - V|_{x_2 y_2 z_1}^P - V|_{x_2 y_1 z_2}^P + V|_{x_2 y_1 z_1}^P - \\ - V|_{x_1 y_2 z_2}^P + V|_{x_1 y_2 z_1}^P + V|_{x_1 y_1 z_2}^P - V|_{x_1 y_1 z_1}^P \quad (63)$$

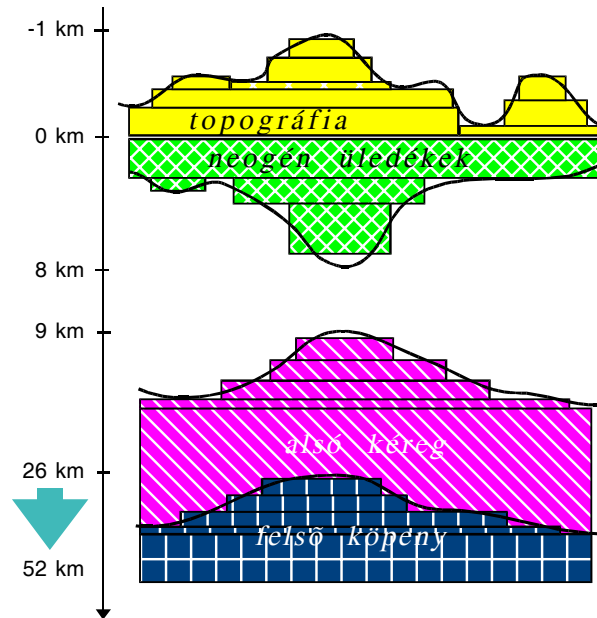
A (62) formulából az összes potenciálfüggő mennyiség deriválással levezethető. Pl. a prizma által gerjesztett \mathbf{f} tömegvonzási erő z irányú összetevője a (63)-ben megadott összegzési szabályt felhasználva számítható:

$$\frac{\partial V}{\partial z}|_{x_i y_j z_k}^P = -\mathbf{f}_z|_{x_i y_j z_k}^P = G\varrho \left| x \ln(y+r) + y \ln(x+r) - z \tan^{-1} \frac{xy}{zr} \right|. \quad (64)$$

A (62) formula numerikus kiértékelésére a Nagy (1988) által kidolgozott és optimalizált algoritmust használtam.

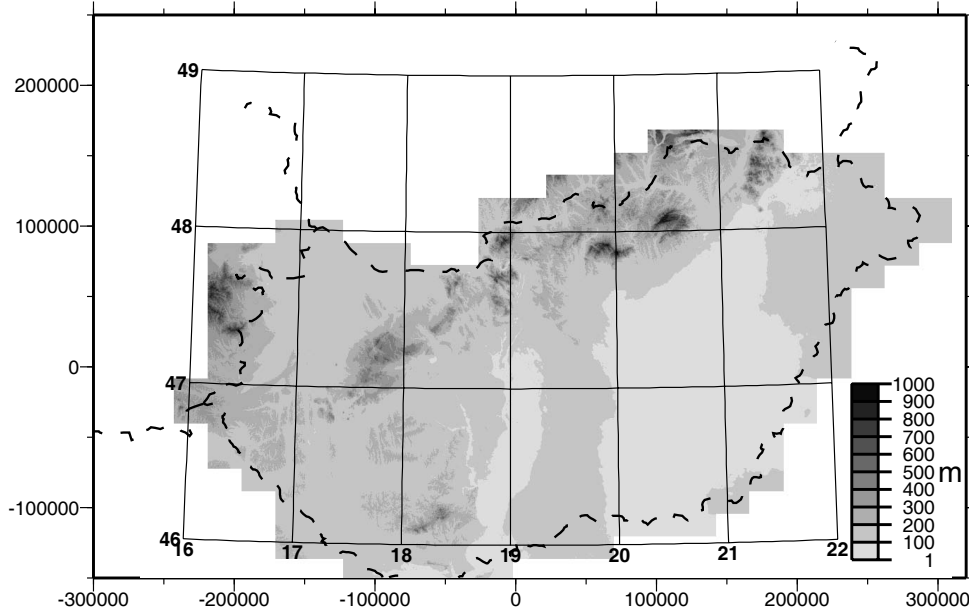
4.5 A Pannon-medence 3D litoszféra modellje

A modell kialakítása 1993-ban kezdődött (Kalmár és mások, 1995) az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézetében és azóta folyamatos fejlesztés és bővítés alatt van. Jelenleg négy szerkezeti egység modelljét tartalmazza a litoszféra legfelső 50-52 km-es részéből (17. ábra). A szerkezeti egységek mélység szerinti sorrendben a következők:



17.ábra. A litoszféra modell (elvi) vertikális szerkezeti vázlata. A skálán az egyes szerkezeti elemek elhelyezkedését a Pannon-medencében jellemző mélységek vannak feltüntetve

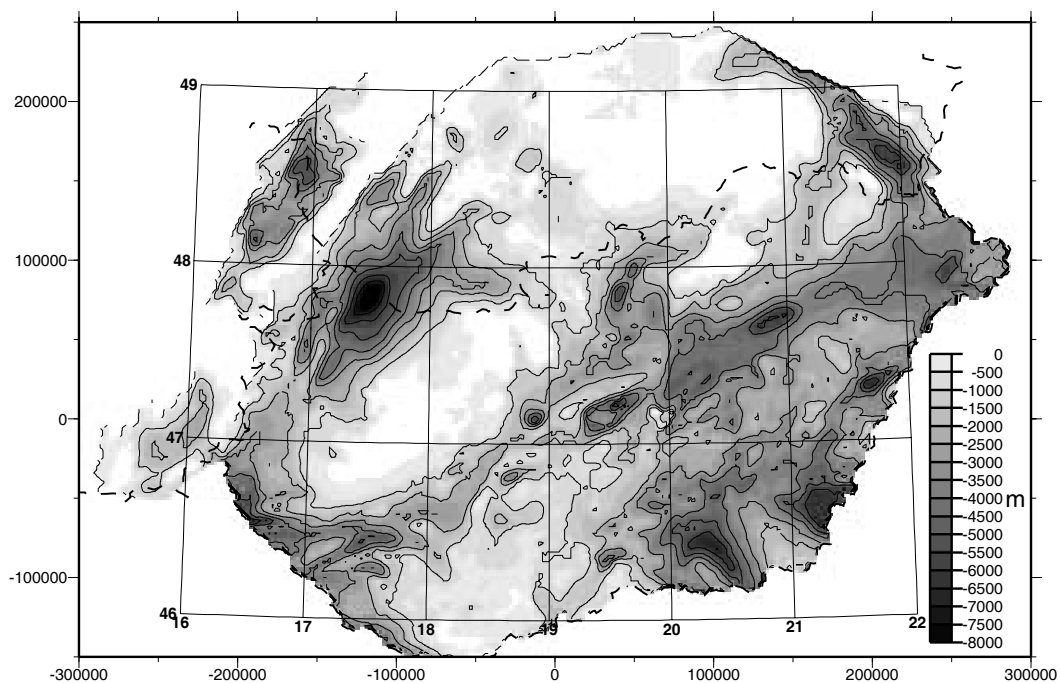
- a) A földfelszíni topográfia 3D prizmamodellje a magyarországi $500 \text{ m} \times 500 \text{ m}$ -es digitális terepmodellből (18. ábra) került levezetésre 463,169 rácspontból. Mostani formájában 125,955 egymáshoz csatlakozó, változó méretű hasábból áll, melyeknek sűrűsége egyelőre a globálisan elfogadott 2670 kg/m^3 konstans érték.
- b) A harmadkor előtti (pre-Tertiary) medencealjzat által határolt neogén-negyedkori üledékek 3D prizmamodellje, melynek geometriai váza publikált térkép (Kilényi és mások, 1991) alapján digitalizálással és $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$ -es rácstra interpolálással került kialakításra (19. ábra). Az automatikus prizmarendszer-generálás során a kb. 35,000 elemi prizma helyett 3,302 db változó méretű elem jött létre, amelyek a Bielik (1991) által megadott sűrűség-mélység lépcsőfüggvény szerint (20. ábra) vertikálisan tovább tagolódtak összesen 7,713 elemre. Ezzel az üledékek jelentős mértékű kompakciója ill. a sűrűség mélység szerinti változása 500–1000 méteres átlagértékek szerint került figyelembe vételre.



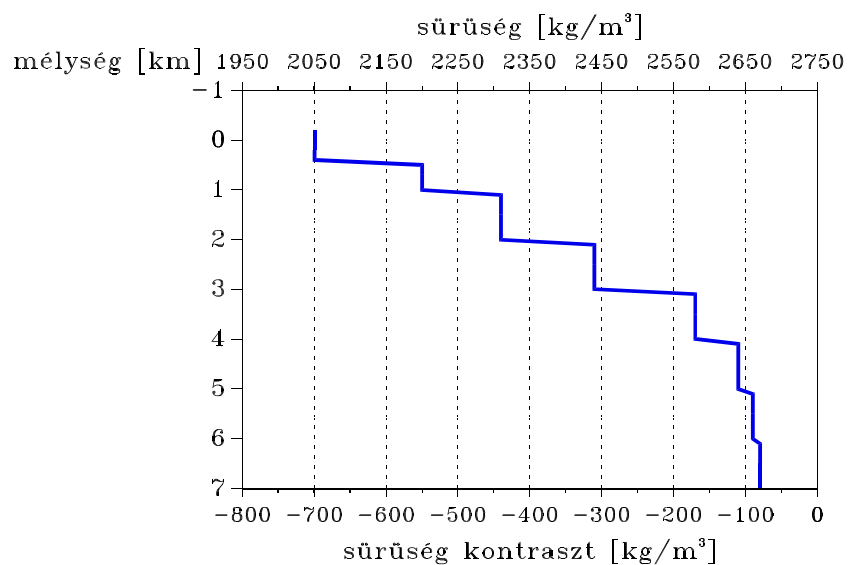
18.ábra. A magyarországi 500 m \times 500 m-es DTM-ből készült szürkeshíj fokozatos domborzati térkép (MH Kartográfiai Üzem). A síkkoordináták EOV rendszerűek, a fokhálózatt az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik

c) Az alsó kéreg prizmamodellje – annak felső határfelületére vonatkozó igen kevés számú mélyszeizmikus adat ill. indikáció (Posgay és mások, 1981) miatt – csak közelítő jellegű. Kényszerként felhasználva ezeket az adatokat, melyek szerint egy szeizmikusan is észlelhető határfelület valószínűsíthető a kéregben kb. 10–15 km-es mélységben, mely határfelületen $+300 \text{ kg/m}^3$ sűrűségugrás feltételezhető, a Bouguer nehézségi anomália reziduálok ún. interaktív (trial and error) inverziója egy 78 elemből álló prizma modellt eredményezett (21. ábra). Ennek a határfelületnek a létezését a Pannon-medencében végzett szeizmikus tomográfiai vizsgálatok eredményei is megerősítik (Bondár és mások, 1995). A modell által keltett nehézségi erőter jó egyezést mutat felülvágó szűréssel ($\lambda_{\text{cutoff}} = 50 \text{ km}$, $\lambda_{\text{pass}} = 100 \text{ km}$) előállított 50 km hullámhossznál nagyobb reziduál rendellenességekkel. A reziduál Bouguer-anomáliákat (65) szerint számítottam:

$$\Delta g_B^r = \Delta g_B - \Delta g_s - \Delta g_M, \quad (65)$$



19.ábra. A pre-tercier medencealjzat szürkességi fokozatokkal kombinált szintvonalas térképe a medencealjzat $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$ -es digitális modelljéből előállítva. A szintvonalköz 1000 m, a síkkoordináták EOV rendszerűek, a fókálózhat az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik

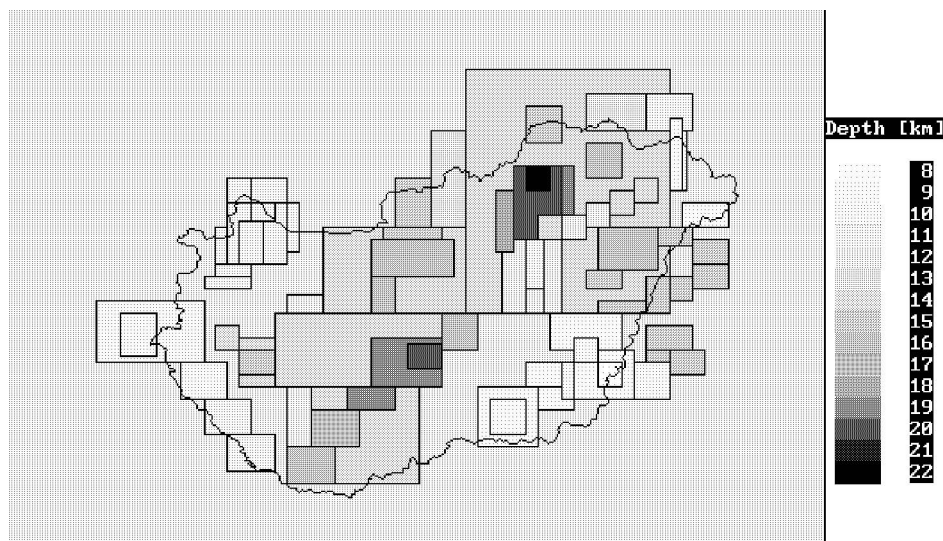


20.ábra. A Pannon-medence neogén üledékeinek sűrűség(kontraszt) – mélység függvénye Bielik (1991) alapján

ahol Δg_B^r a reziduál Bouguer-rendellenesség, Δg_B az 1959. évi nehézségi alaphálózat értékei alapján (43) szerint számított Bouguer-anomália, Δg_s az üledékek gravitációs hatása, Δg_M a Mohorovičić-felület által határolt felső köpeny anyagának gravitációs hatása. A szűréshez a GMT programcsomagot³ (Wessel és Smith, 1991) használtam. Az alsó kéreg jelenlétére és szerkezetére vonatkozó fenti feltételezéseimet jól alátámasztják pl. Kovácsvölgyi (1994) vizsgálatai és az azokból levont következtetései is, valamint az a modell, amely a kontinentális kéreg hármas rétegződését általános érvényűnek tekinti (Rudnick és Fountain, 1995). Ez utóbbi vizsgálatok szerint – legalább is a mélységtartományokat tekintve – az általam használt alsó kéreg modell elnevezés helyett inkább a középső kéreg modell lenne a helyénvaló, mivel a kontinentális átlagot tekintve az alsó kéreg felső határfelülete a 20-25 km-es mélységtartományba tehető, míg az általam létrehozott modell felső határfelülete átlagosan 13–14 km mélységű. A Pannon-medencében a földi hőáramok alapján is egy szerkezeti határfelület várhatóan ebbe a tartományba esik. Ez a határfelület a dehidratáció révén felszabaduló víz következtében jólvezető réteggént jelentkezik (Ádám, 1987). A kéreg vékonysága miatt azonban a középső kéreg – alsó kéreg közötti határfelület kontinentális átlagmélysége szinte egybeesik a Mohorovičić-felület Pannon-medencebeli átlagos 26–27 km-es mélységével, ami az alsó kéreg jelentős elvékonyodását ill. részleges “eltűnését” jelentheti. Az alsó kéreg vastagságára ugyanis a kontinentális átlag 17–18 km, míg a Pannon-medencére a fenti adatokból az 1–7 km közötti értékek valószínűsíthetők. Erre talán magyarázat lehet az alsó kéreg nagymértékű eróziója, ami a forró köpenyanyag felemelkedése miatt következhetett be. Annak eldöntése, hogy valójában melyik szerkezeti egység helyezkedik el a tárgyalt mélységtartományban messze túlmutat a dolgozat témakörén, így az alsó kéreg elnevezést csak az egyes tárgyalt szerkezeti egységek relatív elhelyezkedésének meghatározására

³A Generic Mapping Tools általános földtudományi célú adatmegjelenítő és feldolgozó – Unix operációs rendszer alatt futó – programcsomag. A dolgozatban közölt térképek nagy része a GMT-vel készült.

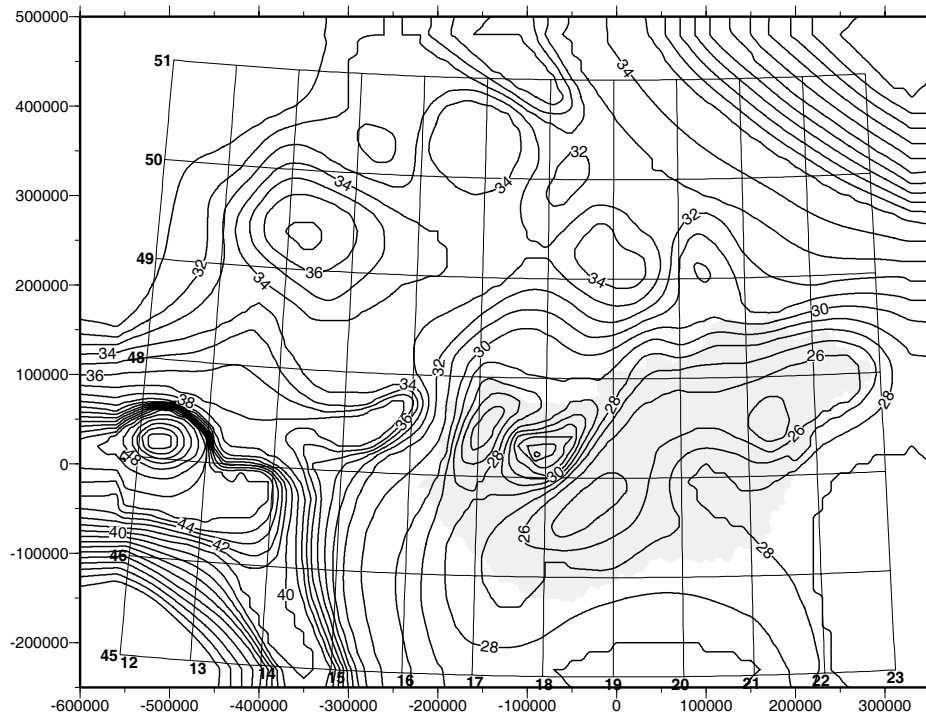
használok. Ebből a szempontból csak az a fontos, hogy az általam alsó kéregnek nevezett szerkezeti egység egy lehetséges kéregbeli sűrűség inhomogenitást reprezentál, melyet az üledékek és a felső köpeny anyagai közrefognak.



21.ábra. Az alsó kéreg 3D prizmamodelljének horizontális elrendezése. A szürkességi skála a felső(középső) kéreg – alsó kéreg határfelület mélységére vonatkozik

- d) A felső köpeny 3D prizmamodelljéhez különböző Mohorovičić-felület térképek (Posgay és mások, 1991; Horváth, 1993; Lillie és mások, 1994) szolgáltak alapul. A modell 1,821 prizmából áll, a sűrűségkontraszt feltételezett értéke $+500 \text{ kg/m}^3$, amely 3250 kg/m^3 köpenyanyag sűrűséget eredményez. A modell által lefedett terület, melynek síkbeli kiterjedése $950 \text{ km} \times 750 \text{ km}$, nagyjából az északi szélesség 45. és 52., valamint a keleti hosszúság 11. és 24. foka között található (22. ábra).

A prizmarendszerek automatikus létrehozásához meg kellett adni az 4.3. szakaszban említett Δz tolerancia-paraméter értékét. Ennek helyes megválasztásához megvizsgáltam a különböző határfelületek digitális modelljeinek pontosságát, mert elgondolásom szerint a rácsmodell pontosságának kell meghatározni Δz értékét. Ha ugyanis a modell megbízhatósága kicsi, akkor nem érdemes “szigorú”, azaz kicsi tolerancia-értéket használni, mivel ez csak növeli



22.ábra. A Mohorovičić-felület szintvonalas térképe a Pannon-medencében ill. annak környezetében. Szintvonalköz: 1 km. A síkkoordináták EOVS rendszerűek, a fókuszát az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik. A szürke folt Magyarország területét ábrázolja

a prizmák számát. A prizmák számának növekedése ugyan a közelítés pontosságát is növeli, de abszolút értelemben ez csak akkor jelent pontosság növekedést, ha a kiinduló adatok, azaz a rácspontok értékei maguk is megbízhatók.

A pontosság vizsgálatát gyakorlatilag csak a felszín digitális terepmodellje és a harmadkor előtti medencealjzat modellje esetében lehetett megoldani. Azonban konkrét vizsgálatra a digitális terepmodell esetén nem volt szükség, mivel a DTM becsült pontossága ismert, $\pm(2 - 10)$ m (HM Kart. Üzem).

A medencealjzat digitális modelljének pontossága 127 fúróluk adatai alapján, melyek elérték a kristályos aljzatot, ± 370 m-nek adódott (Kalmár és mások, 1995). Ez az érték magába foglalja 1) a térkép transzformációjából eredő hibát, 2) a térkép digitalizálásából eredő hibát, 3) a rácsra interpolálás hibáját és végül 4) a hibákat, melyek a térkép szerkesztése és rajzolása során keletkeztek. Ezt az értéket felfelé kerekítve a tolerancia-paramétert 500 m-nek választva történt az üledékek és a felső köpeny modelljeinek létrehozása. A DTM esetében a tolerancia-paraméter értéke 10 m volt.

5. Sűrűségmodellek használata a geoid meghatározásában

5.1 A sűrűségmodellből számított lokális unduláció hozzájárulások és a globális geoidundulációk kombinációjának alapelvei

Annak érdekében, hogy valóságghű, azaz egyéb módon levezetett pl. gravimetriai geoidmegoldásokkal összevethető ill. egyenértékű eredményt kapjunk, meg kell vizsgálni a kombinálandó adatok (undulációk) információ tartalmát. A kombinációs módszerrel (amely az adatok előkészítési és feldolgozási lehetőségeinek nagy száma miatt több mint egyszerű összegzés) elméletileg nincsen semmi nehézség, hiszen az nem egyéb, mint a “remove-restore” technika (ld. 4.1 fejezet) egy sajátos megvalósítása. Ebben a megoldásban a lokális unduláció hozzájárulást nem a felszíni pl. nehézségi rendellenesség adatokból nyerjük, hanem a Newton-integrál egy helyi sűrűségmodellen való megoldásából. A feladat talán így még egyszerűbb, hiszen nincsen szükség az adatok potenciálzavarrá transzformálására a nehézségi erőter funkcionáljain keresztül, mert az közvetlenül számítható a sűrűségeloszlásból (62).

Ez a megoldás sem mentesül azonban a globális és a lokális hozzájárulások azonosításának és szigorú szétválasztásának szükségszerű lépéseitől és ezért alapvetően két kérdést kell tisztázni, mielőtt a globális és a lokális hatásokat kombinálnák: 1) hogyan viszonyul egymáshoz a modell által keltett és a valódi, azaz észlelhető és mérhető nehézségi erőter, ill. 2) mi a reláció a globális és a lokális modellek, ill. hozzájárulások között?

A jelenlegi geoidmeghatározási kísérletek (Papp és Kalmár, 1996, Papp, 1996) ezen kérdéseket részleteiben vizsgálták és arra a következtetésre jutottak, hogy egyrészt a modell és a valódi nehézségi erőter ill. az azt reprezentáló geoidundulációk nem hasonlíthatók össze közvetlenül egymással, másrészt a globális és a lokális hozzájárulások korrekt szétválasztása nélkül a hatások sem kombinálhatók közvetlen módon.

5.2 A valódi erőter és a sűrűségmodell nehézségi erőtere által keltett geoidundulációk viszonya

Ennek a viszonnak a megértéséhez, világosan kell látnunk, hogy mi a geoid definíciója. Itt most természetesen a tradicionális fizikai definícióra gondolok, amely szerint a geoid a potenciálzavar geometriai reprezentációja, tehát a valódi nehézségi erőter és annak egy egyszerűsített modellje közötti igen kicsiny ($\cong 10^{-4}$ nagyságrendű) eltérés megjelenítése. Nyilvánvalóan, a geoid önmagában, referencia-modell nélkül is létezik és pusztán a gyakorlati célszerűség, mely egyrésről a meghatározásából, másrésről a felhasználásából ered, miatt szükséges ezen a módon való definiálása.

A modell nehézségi erőtere esetében ilyen kis nagyságrendű relatív jellegről nem beszélhetünk (még akkor sem, ha a sűrűségmodellünk ún. sűrűségkontrasztokat tartalmaz), mivel $\Delta\varrho/\varrho \cong 10^{-1} - 10^{-2}$, továbbá a Newton-integrál önmagában álló, teljes egészéknél “kezelet” a modellt (mintha az egyedüli forrás lenne egy végtelen és üres térben) és a generált nehézségi erőter magán viseli ennek a teljességnek minden jellegzetességét.

Ezeket a jellegzetességeket a legegyszerűbben az ún. frekvencia- vagy az annak megfelelő hullámszám-tartományban lehet leírni. A frekvencia-tartomány természetes reprezentációs tere a valódi nehézségi erőternek, hiszen a gömbi harmonikusok serege, amellyel a globális nehézségi erőteret leírjuk, éppen ilyen teret ill. tartományt határoznak meg. Igaz, hogy itt a frekvenciát csak közvetett úton lehet definiálni, és inkább fok- és rendszám-térről kell beszélnünk.

A földi nehézségi erőter harmonicitása és periodicitása miatt ebben a fok- és rendszám térben az erőter spektruma diszkrét, a Fourier-sorfejtés analógiájának megfelelően. Azt is tudjuk, hogy helyes geometriai-fizikai vonatkozási modell választása esetén (forgási ellipszoid és nehézségi potenciálja), bizonyos alacsony fok- és rendszámú együtthatók ill. komponensek hiányoznak ebből a spektrumból, azaz értékük zérus. Ezért kezdődik (52)-ben a tagok összegzése $n = 2$ -től. Egy lokális sűrűségmodell nehézségi erőtere esetén a helyzet egészen más. Az első különbség, hogy a referenciasíkra, azaz a modell “tengerszint-jére” számított erőter egyáltalán nem periodikus, tehát elvileg a spektruma

sem diszkrét. Ennek következtében és a modell önmagában való teljességének megfelelően a spektrumban nincsenek “eltűnő” frekvencia komponensek és általában a legdominánsabb összetevő a spektrumban éppen a nulla frekvenciájú (∞ hullámhosszúságú) ún. DC komponens, amely a keltett nehézségi erőter átlagértékétől függ. További probléma az interpretáció és összehasonlítás szempontjából, hogy a gömbi fok- és rendszám-tér valamint a síkbeli (kétváltozós) frekvencia-tér nem transzformálhatók egymásba szigorú analitikus kapcsolat híján és egy-egy gömbi harmonikus szinuszoidok egész seregének felel meg a síkbeli Fourier-analízis szerint.

Ezek a problémák csak úgy hidalhatók át, ha egyrészt a valódi erőter vizsgálatát a kérdéses területre korlátozzuk, azaz lokalizáljuk, másrészt a sűrűségmodell által keltett erőterből valamilyen módon kiszűrjük az átlagos ill. nagy hullámhosszúságú hatásokat. Ezzel tehetjük összehasonlíthatóvá és egyszerűsített kombinálhatóvá is a valódi és a modellből származó nehézségi erőtereket. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a globális modellből számítható undulációkat a vizsgált területen valamely alkalmas térképi transzformációval a síkra vetítjük, és a továbbiakban a számításokat és az analízist a síkon végezzük, ill. a sűrűségmodell által generált erőteret egy egyszerűsített modell által keltett erőterhez viszonyítjuk (képezve a különbségüket), így téve pl. a (61) ill. a számításokban (62) potenciálokat ún. lokális potenciálzavarrá:

$$T_l = V_{sm} - V_{rsm}, \quad (66)$$

ahol T_l a lokális potenciálzavar, V_{sm} és V_{rsm} a lokális sűrűségmodell ill. annak referencia-modellje által keltett nehézségi potenciálok. Ez utóbbi eljárás nem más mint szűrés, de a szokásos matematikai (digitális) szűréssel ellentétben pusztán fizikai alapokon nyugszik. Ennek megfelelően a továbbiakban fizikai szűrésként kerül említésre.

5.3 A fizikai szűrés alkalmazása a lokális nehézségi erőter modellezésében

Az eljárás alapelvei megegyeznek a globális esetben alkalmazottal. A valódi nehézségi erőteret mindig egy elképzelt modellhez (Gravity Reference System)

viszonyítjuk, rendszerint egy forgási ellipszoid által keltett erőterhez. Ez annyit jelent, hogy a Föld matematikai és fizikai felszínének bonyolult geometriáját és egyszersmind (bár ezt csak közvetve fogalmazzuk meg) a sűrűségeloszlását is egyszerűsítjük, kijelentve, hogy a modell tömege megegyezik a Föld valódi tömegével. Ezzel implicit módon homogenizáljuk a tömegeloszlást egy megfelelő átlagérték bevezetésével. A lokális sűrűségmodell esetén az eljárás lépésről-lépésre másolható, azaz meg kell keresnünk azt az alkalmas, egyszerű, de a valódi modell geometriáját jól közelítő alakzatot, melynek tömege megegyezik az eredeti modell tömegével és így az általa keltett nehézségi potenciál referencia értéként használható a lokális potenciálzavar előállításához.

Mivel a gyakorlatban a tekintett méretekben ún. vékonyréteg-modellekkel dolgozunk (azaz a modellek vastagsága sokkal kisebb azok horizontális méreteinél) a referencia-modell kialakításakor a horizontális, sokszor teljesen szabálytalan alakot célszerű megtartani. Így a lokális potenciálzavar képzésével jó hatásfokkal kiszűrhetjük azokat a nagy hullámhosszúságú változásokat is, amelyek a modell horizontális határvonalának geometriájából, tehát sokszor az adatok hiánya miatti teljesen mesterséges hatásokból adódnak. A referencia-modell függőleges D_r kiterjedésére (vastagságára) egy olyan alkalmas értéket kell választanunk, hogy (67) és (68) feltételek egyidejűleg teljesüljenek.

$$M_r = T_r D_r \varrho_r = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \varrho_i V_i = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \varrho_i \Delta x_i \Delta y_i \Delta z_i = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} m_i \quad (67)$$

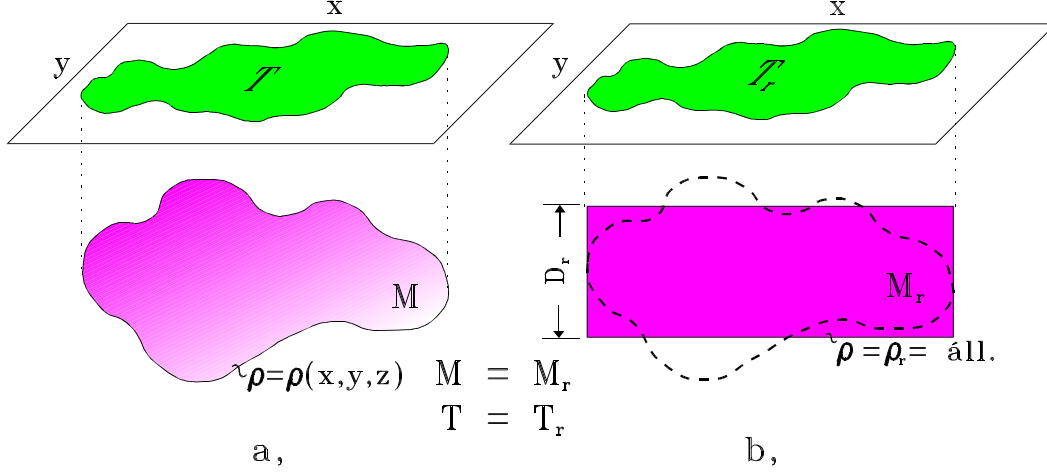
$$T_r = \sum_{i=1}^K \Delta x_i \Delta y_i, \quad (68)$$

ahol M_r a referencia-modell tömege, m_i az egyes prizmák tömege, $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ a prizmák horizontális és vertikális méretei, ϱ_i az egyes prizmák sűrűsége, V_i az egyes prizmák térfogata, T_r a referencia-modell határoló felülete síkvetületének a területe, mely megegyezik azon K számú prizmák horizontális helyzetű oldallapjainak területösszegével, melyek átfedések nélkül, azaz egyszeresen fedik le ($K \leq \mathcal{N}$) a modell horizontális határvonala által meghatározott területet (23. ábra). Példaként vegyük a felső köpeny sűrűségmodelljét, amelyet a 4.5. fejezetben ismertettem.

A sűrűségmodell horizontális kiterjedése $950 \text{ km} \times 750 \text{ km}$, tehát egy téglalap. A sűrűségeloszlás homogén (pl. $\varrho = +200 \text{ kg/m}^3$), tehát a referencia modell vastagsága (67) szerint számítható:

$$D_r = \frac{M}{\varrho 950 \cdot 750} 10^{-6} [\text{m}], \quad (69)$$

ahol M a köpenyanyag tömege és $M = M_r = 2.8386 \cdot 10^{18} \text{ kg}$.



23.ábra. a) Egy lokális sűrűségmodell és b) annak egyszerűsített, referencia modellje. Elvi vázlat

A számítások alapján a referencia-modell egy $950 \text{ km} \times 750 \text{ km}$ horizontális kiterjedésű, $D_r = 19.92 \text{ km}$ vastagságú, $\varrho = +200 \text{ kg/m}^3$ sűrűségű lemez (téglatest). A lemez által keltett és a (62)-vel számított unduláció a 24b. ábrán látható. Ha ezt a hatást (66) szerint kivonjuk az eredeti modell által keltett hatásból (24a. ábra), azonnal láthatóvá válnak a kisebb hullámhosszúságú részletek (25b. ábra), amelyeknek amplitúdói ($5 - 7 \text{ m}$) már összevethetők a valódi geoidundulációknak a vizsgált területen észlelt változásaival (pl. 35a. ábra).

Természetesen a nagyfrekvenciájú változások kiemelésére a digitális szűrés is alkalmas, azonban mint látni fogjuk a következő szakaszban, a fizikai és matematikai szűrés egymást követő alkalmazásával sokkal jobb, a mesterséges hatásoktól (amelyek az adatok és a digitális szűrés kölcsönhatásaiból adódnak) mentes rövid hullámhosszúságú unduláció hozzájárulásokat kaphatunk.

5.4 A matematikai és a fizikai szűrés összehasonlítása

A digitális szűrést gyakorlatilag a digitális Fourier-transzformáció (DFT) egy speciális változatának, a gyors (fast) Fourier-transzformációnak (FFT) segítségével oldhatjuk meg a leghatékonyabban (ld. pl. Meskó, 1984). A szűrés a DFT alkalmazása esetén nem más, mint a szűrő és a szűrendő jel Fourier-transzformáltjainak összeszorozása a komplex frekvencia-tartományban. Azonban ahhoz, hogy a szorzást elvégezhessük, elő kell állítanunk mind a jel, mind a szűrőfüggvény digitális Fourier-transzformáltjait.

Ez a szűrőfüggvény esetében az átviteli karakterisztikák megtervezését jelenti közvetlenül a frekvencia-tartományban, amelynek során meghatározzuk az ún. levágási és átviteli frekvenciákat. E két frekvencia között, valamely sima függvénynek (pl. cosinus) megfelelően az átvitelt fokozatosan csökkentjük 1-ről 0-ra. Ezzel csillapítjuk a meredek levágás (pl. a lépcsőfüggvény) által okozott ún. Gibbs-jelenséget, amely a lépcsőszűrő alkalmazása esetén a szűrendő adatok végeessége miatt mesterséges periodicitást okozna a szűrt adatokban. Természetesen a szűrőtervezés ennél sokkal bonyolultabb feladat, de a dolgozatnak nem célja ennek kimerítő elemzése, így csak az elemi részletek ismertetésére szorítkozom. A szűrőknek alapvetően két csoportja van, a felülvágó (aluláteresztő) és az alulvágó (felüláteresztő) szűrők. Az összes többi szűrőtípus e kettő megfelelő kombinációjából származtatható. Számunkra, a lokális és a globális hatások szétválasztásához e két alaptípus a fontos. A számításokban a GMT programcsomag GRDFFT rutinját használtam az adatok szűrésére.

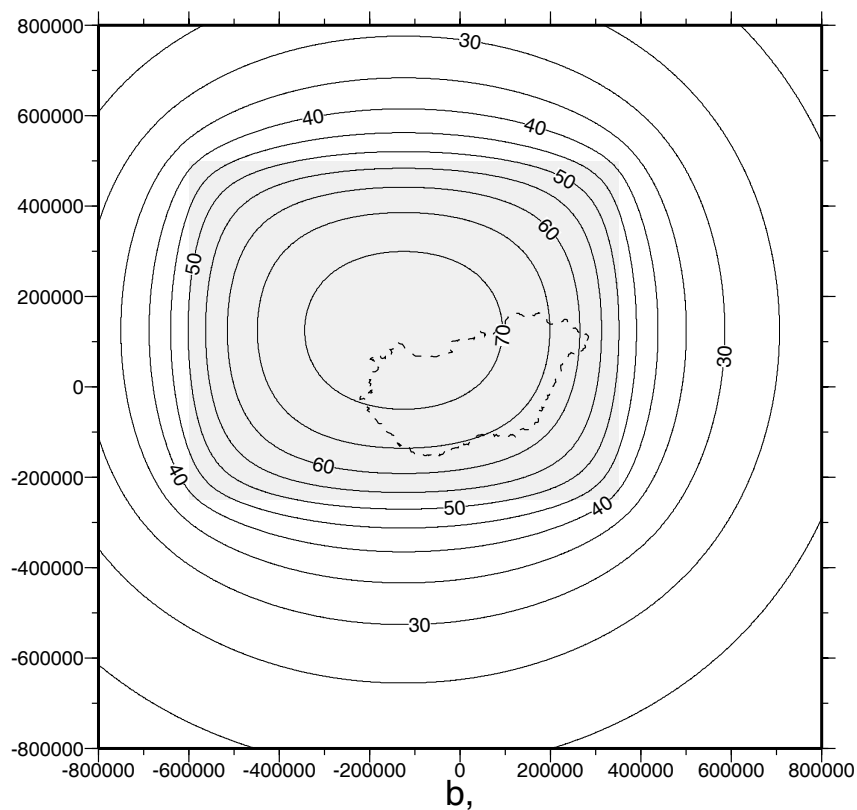
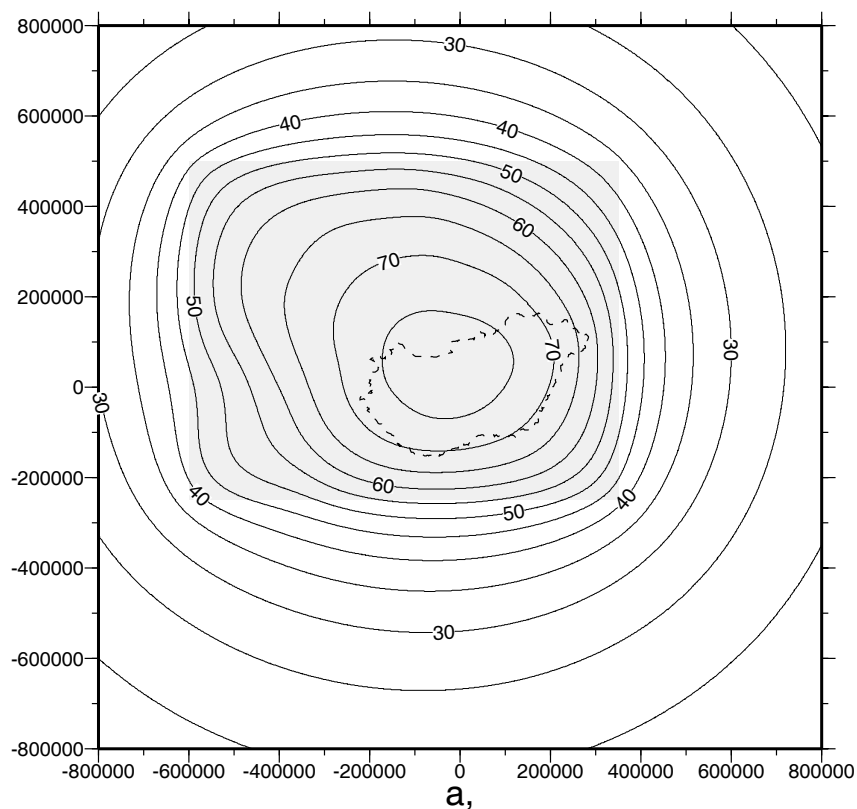
A probléma, amely a végeredményt tekintve általában lényeges különbséget okoz a fizikai és a digitális (matematikai) szűrés között a sűrűségmodellek által keltett unduláció hozzájárulások digitális Fourier-transzformáltjának előállításán keletkezik. Ugyanis ezen adatok természetesen sem nem periodikusak, sem nem végtelen kiterjedésűek, aminek következtében a spektrumban – tehát a jel frekvencia-tartománybeli matematikai modelljében – annak teljes szélességében az ún. leakage jelenség torzulást, hullámzást okoz. Ennek következtében egyes frekvenciák amplitúdója periodikusan megnövekszik, másoké csökken a “valódi” spektrumhoz képest. A magas frekvenciákat tovább

torzítja a már említett aliasing hatás is, amelynek mértéke attól függ, hogy az alkalmazott mintavételi sűrűség ill. gyakoriság mennyire képes a magas frekvenciájú információkat reprezentálni. További gondot okoz, ha a vizsgált adatokban azok kiterjedésénél nagyobb hullámhosszúságú, trendnek tekinthető jellegzetességek is vannak.

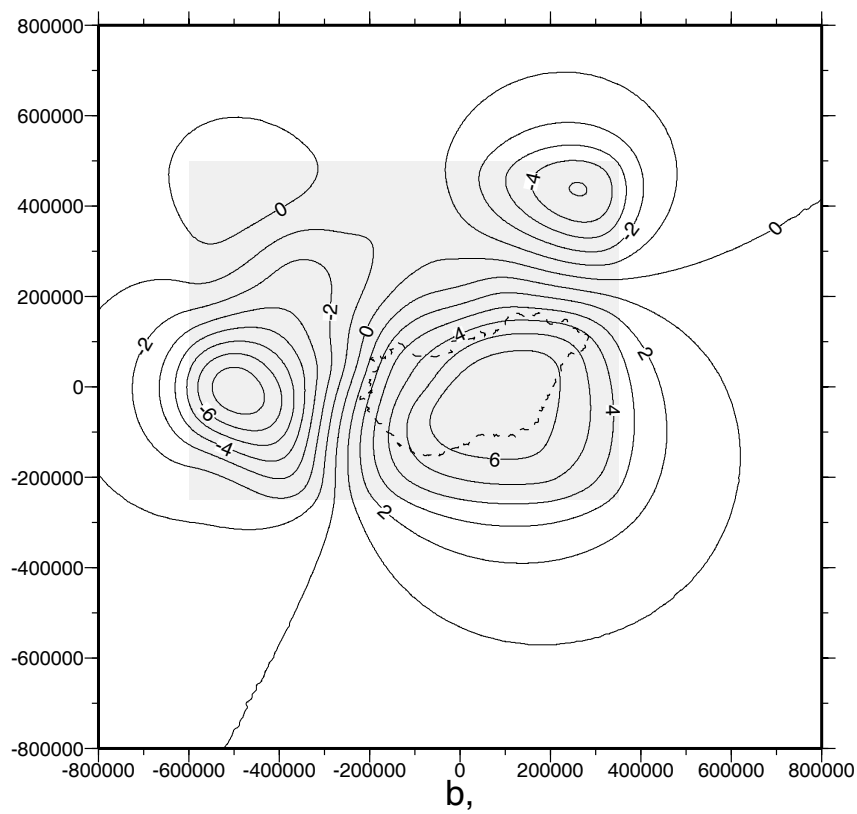
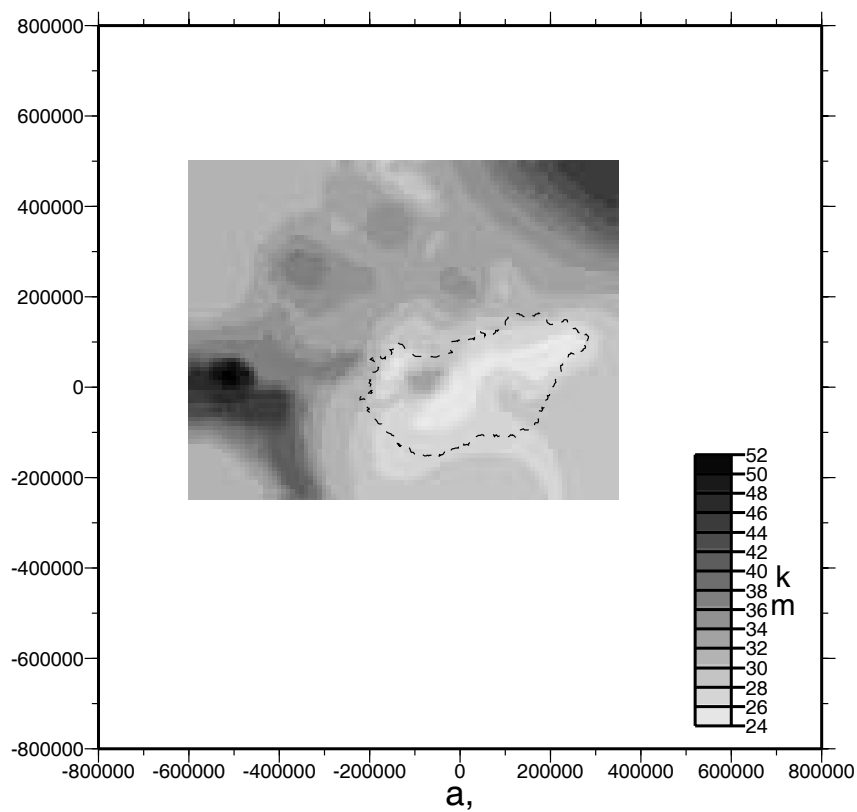
A lokális sűrűségmodellek által keltett nehézségi erőter (mint spektrálisan modellezendő jel) tartalmazza mindezeket az DFT szempontjából kedvezőtlen jellemzőket. Ha megnézzük a felső köpeny által keltett undulációk szintvonalas térképét a 24a. ábrán, nem látunk mást, csak egy hatalmas “kidudorodást”, amelynek maximuma +80 m körüli érték. Ha egy pillantást vetünk az OSU91A geopotenciális modellből a vizsgált területre számított undulációkra, akkor azonnal látható, hogy a területi maximum csupán +47 m körül van és az erőteljes +80 m-es maximum a valódi nehézségi erőterben (pl. 35. ábra) nem észlelhető. Természetesen az előző szakaszokban elmondottaknak megfelelően nincsen semmi ellentmondás a jelenségben, hiszen az összehasonlított adatok más és más természetűek. Papp és Kalmár (1996) számításai alapján, pl. ha az OSU91A modell együtthatóiból nem vonjuk ki a megfelelő (J_2, J_4, J_6, \dots) referencia-modell együtthatókat, akkor a vizsgált területen a kapott “geoid” egy észak-déli irányban erősen megdőlt ($\frac{\partial N}{\partial x} = -1.6314 \pm 0.0010$ m/km) síkra emlékeztet leginkább, abnormálisan nagy unduláció értékeket mutatva ($N_0 = -2048.78 \pm 0.14$ m). Ha azonban a fizikai szűrés utáni képet (25b. ábra) próbáljuk értelmezni, azonnal realisztikus nagyságrendű unduláció változásokat kapunk (max. 10–13 m), amelyek már összevethetők az OSU91A geoidnak a vizsgált területen tapasztalható relatív hullámmozásaival.

Ezeknek a hatásoknak a következtében, ha a digitális szűrést közvetlenül a modellezésből kapott eredményeken végezzük el, akkor a 26a. ábrán látható torz eredményeket kapjuk.

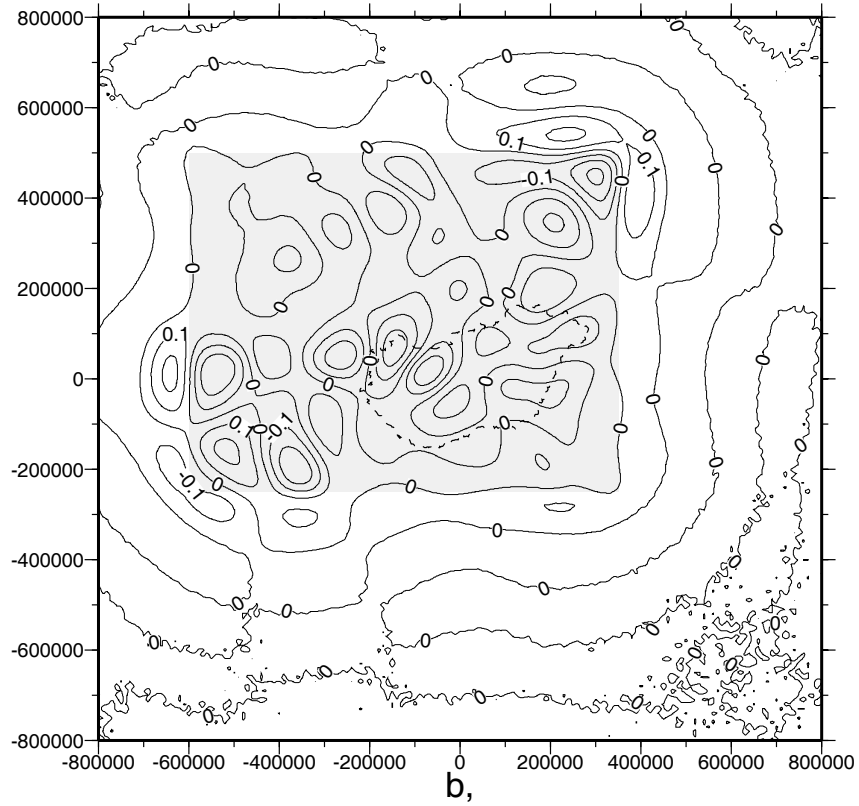
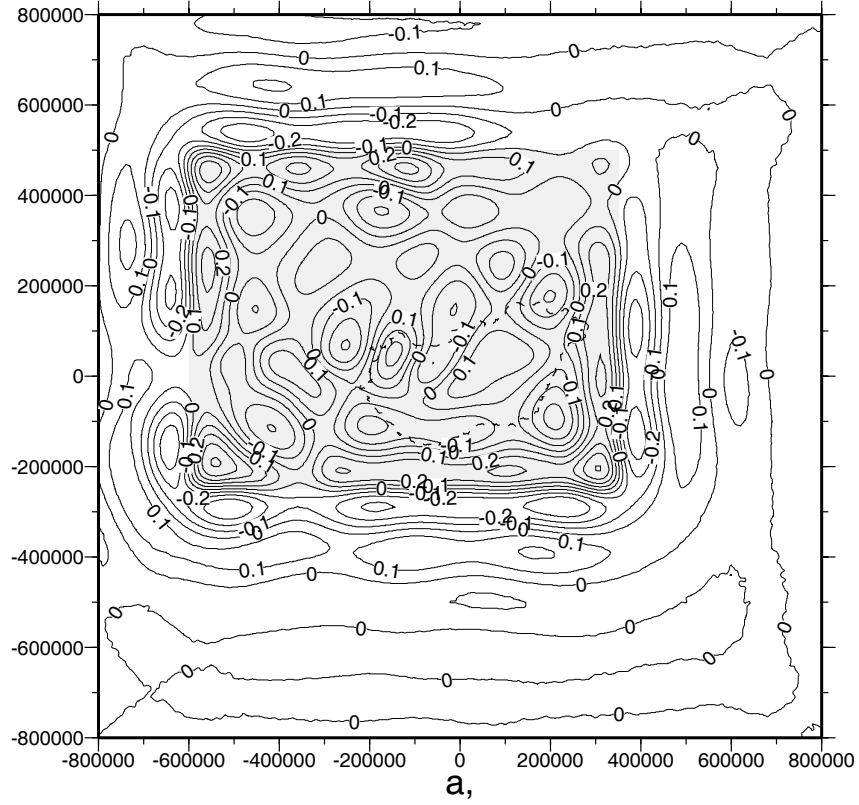
Nemkívánatos jelenséggé válhat jól követhetően “megjelent” a modell horizontális határvonala (téglalap alakú körvonal). Az eredmény azért torz, mert a valóságban nincsenek “határvonalak”, azok pusztán a modellezés velejárói. Továbbá jól látható, hogy az irreális hullámmozások mind a modell területének szélein mind azon belül teljesen



24.ábra. a) A felső köpeny 3D modelljének unduláció hozzájárulása. b) A felső köpeny 3D referencia-modelljének unduláció hozzájárulása. Szintvonalköz: 5 m. A szürke folt a modell által lefedett területet ábrázolja. A síkkoordináták méterben adottak



25.ábra. a) A felső köpeny 3D modelljének (Moho-felület) szürkességi fokozatos megjelenítése.
 b) A modell által keltett, fizikai szűréssel kiemelt lokális undulációk szintvonalas térképe.
 Szintvonalköz: 1 m. A síkkoordináták méterben adottak



26.ábra. a) A felső köpeny unduláció hozzájárulásainak felülvágó szűréssel ($\lambda_{\text{cutoff}} = 300$ km, $\lambda_{\text{pass}} = 200$ km) előállított képe. b) Az unduláció hozzájárulások képe fizikai és digitális szűrés egymás utáni alkalmazásával. A digitális szűrő paraméterei megegyeznek a) esettel. Szintvonalköz: 0.1 m

megváltoztatják az undulációk szerkezetét, így azok nem mutatnak korrelációt a Mohorovičić-felület topográfiájával.

Papp (1996) vizsgálatai alapján a legegyszerűbb lineáris korrelációs számítás $r = 0.19$ faktort eredményez.

Ezzel szemben a 26b. ábrán a fizikai szűrés után (25b. ábra) alkalmazott digitális szűrés ($\lambda_{\text{cutoff}} = 300$ km, $\lambda_{\text{pass}} = 200$ km) eredménye látható. Itt a határok leképezése egyáltalán nem nyilvánvaló és a kapott undulációk is értelmezhetők, jobban korrelálnak a Moho-felület szerkezetével ($r = 0.41$), habár ez a korreláció még mindig nem szignifikáns statisztikailag. Ennek egyrészről az a magyarázata, hogy a lineáris regresszió nem kielégítő összefüggés az anomáliák és a Moho mélységek statisztikai kapcsolatának leírására, mivel a viszonylag széles mélységtartomány miatt, (25 – 52 km) már jelentkezik a gravitációs törvény $1/r^2$ függvény szerinti nemlineáris hatása. Másrészről a korrelációs faktorok csak a 300 km alatti geoidhullámok és a Moho-felület statisztikai viszonyát tükrözik, azaz az erőter spektrumának csak egy része, méghozzá a viszonylag nagyfrekvenciás került vizsgálat alá, amíg maga a Moho-felület szűretlen maradt.

Mindezek az eredmények azt mutatják, hogy a fizikai szűrés alkalmazása kedvezően hat az adatok interpretálásában és további feldolgozásában egyaránt. Különösen előnyös tulajdonság ez a spektrális vizsgálatok esetén, ahol az adatok kondíciói (periodicitás, trendmentesség) alapvetően befolyásolják az eredményeket ill. az ezekből levonható következtetéseket.

6. A globális és a lokális geoidundulációk kombinációjának gyakorlati kérdései

Az 5.1 szakasz alapján a torzításmentes eredmény érdekében, mindennek előtt el kell különíteni a globális és a lokális hatásokat. Természetesen valóban nincsen semmiféle határvonal a hatások között és ezért a “globális” ill. “lokális” definíciók is esetlegesek. Gyakorlatilag inkább arról van szó, hogy azokat a hatásokat kell azonosítani a kombináció előtt, amelyek érvényesülnek és észlelhetők mind a globális, mind a lokális adatokban. Ha általános érvényűnek tekintjük azt a feltételezést, hogy pl. egy globális nehézségi erőter modell a helyi, rövid hullámhosszuságú részletekről nem, vagy csak igen korlátozott információt ad, míg a lokális adatoknál ez éppen fordítva van, akkor csak azt kell meghatározni, hogy hol az a lehetséges átfedési sáv, amelynek határaitól csakis és kizárólag az egyik ill. a másik “információforrást” használjuk egy teljesebb, minden részletet átfogó modell kialakításához.

Ezen a megfontoláson alapul a 4.1. fejezetben ismertetett “remove-restore” technika is. Ennek alkalmazásában igen lényeges előny az, hogy a helyi információkat hordozó adatok (pl. nehézségi rendellenességek) vagy azok egy része felhasználásra került a globális modell kialakításakor, természetesen erősen átlagolt mértékben. Ilyen esetben (55)-nek megfelelően a globális hatások leválasztása a lokális adatokból nagyon egyszerű és elvileg sem jelent problémát, hiszen a modell konzisztens a kialakításakor felhasznált adatokkal.

A sűrűségmodellből számított hatások esetében azonban semmi hasonló támpontunk nincsen és ezért közvetett úton kell az információkat elhatárolnunk egymástól, pl. egy globális és egy lokális gravimetriai geoid különböző módszerek szerinti összehasonlítása alapján. A “remove-restore” technika alkalmazásával előállított lokális megoldást, némi egyszerűsítéssel úgy tekinthetjük, mint a nehézségi erőter szerkezetére vonatkozó információk teljességének hordozóját, míg a globális geoid a teljességnek csak egy részét jeleníti meg. Ezért, ha egy adott területen sikerül azonosítani olyan részleteket, amelyek közösek (információ-átfedés) a kétféle megoldásban és a vizsgált terület méreteit tekintve ezek a részletek lokálisnak tekinthetők (pl. a terület harmada

(Hipkin, 1994)), akkor megtaláltuk azt a határt, amely alkalmas a globális és a lokális hatások szétválasztására. Ezeknek a részleteknek az azonosítására jól használhatók a statisztika hagyományos és spektrálanalízisen alapuló eszközei, amelyek alkalmazása a Pannon-medencében a következő szakaszban kerül tárgyalásra.

6.1 A globális és lokális geoid megoldások auto- és keresztkovariancia analízise a Pannon-medencében

A globális és lokális értelemben közösnek nevezhető jellegzetességek a földi nehézségi erőterben elsősorban azonos periodicitásokat jelentenek. Általában ez annyit jelent, hogy egy adott területen a maximumok és minimumok helyileg egybeesnek a két összehasonlítandó, globális és lokális megoldásból származó geoid-felületen. A legtöbb esetben a topológiai hasonlóság egyáltalán nem nyilvánvaló és nehéz bármilyen kvantitatív következtetés levonása is, ezért a közös periódusok azonosítására a keresztkovariancia- vagy keresztkorreláció-számítást használhatjuk. Mivel kétdimenziós adatokról van szó, ezért a keresztkovariancia nem csak az esetleges közös periodicitásokat képes kimutatni, hanem azok irányítottságáról is információt nyújt.

A keresztkovariancia számítható mind a tér- mind a frekvencia-tartományban. Ez utóbbi esetén a két geoid-felület (pl. $a(x, y)$ és $b(x, y)$) Fourier-transzformáltjait ($A(f_x, f_y)$ és $B(f_x, f_y)$) kell (70) szerint összeszorozni (a $*$ felső index komplex konjugáltat jelent), melynek eredményeképpen létrejön $C(f_x, f_y)$ az ún. keresztspektrum, majd az F^{-1} inverz transzformációval előállítjuk ennek $c(x, y)$ tér-tartománybeli képét, a keresztkovarianciát (Meskó, 1984):

$$\begin{aligned} C(f_x, f_y) &= A(f_x, f_y)B^*(f_x, f_y) \\ c(x, y) &= F^{-1}\{C(f_x, f_y)\} . \end{aligned} \tag{70}$$

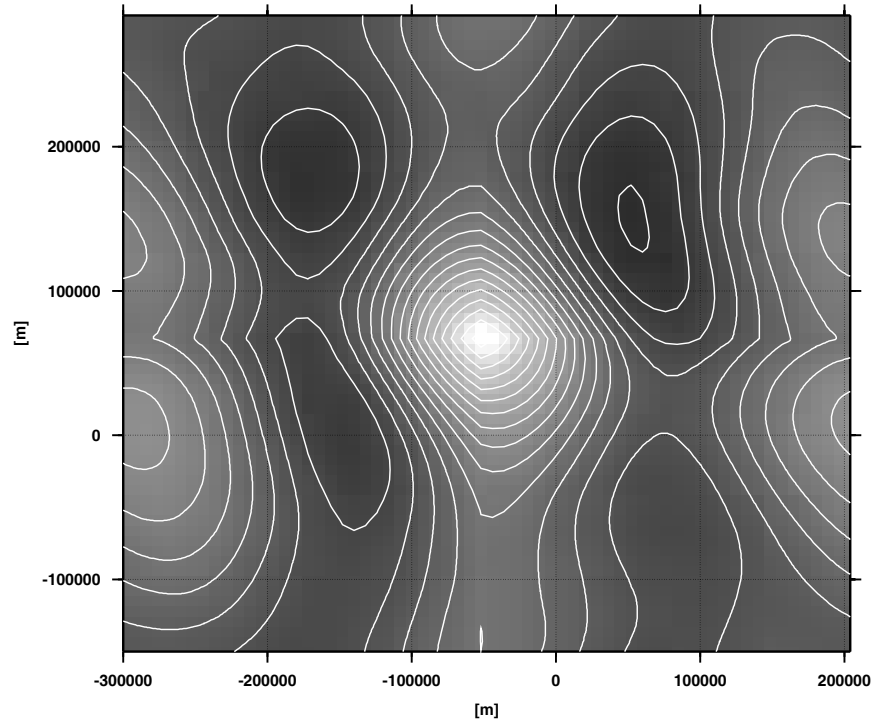
A műveletek értelmének megfelelően azon frekvenciákhoz tartozó amplitúdók erősödnek fel, amelyek mindkét felület spektrumában azonosan dominánsak. Ezért $c(x, y)$ a felerősödött frekvenciáknak megfelelő hullámhosszúságú periodicitás(oka)t mutat. Természetesen a számítások sikere nagymértékben függ

attól, hogy az adatainkban milyen amplitúdóviszony van a trendnek ill. a jelnek tekinthető komponensek között. Ez az arány hatékonyan csökkenthető (a jel javára) pl. a legkisebb négyzetes kiegyenlítéssel meghatározott síknak, mint trendnek az eltávolításával.

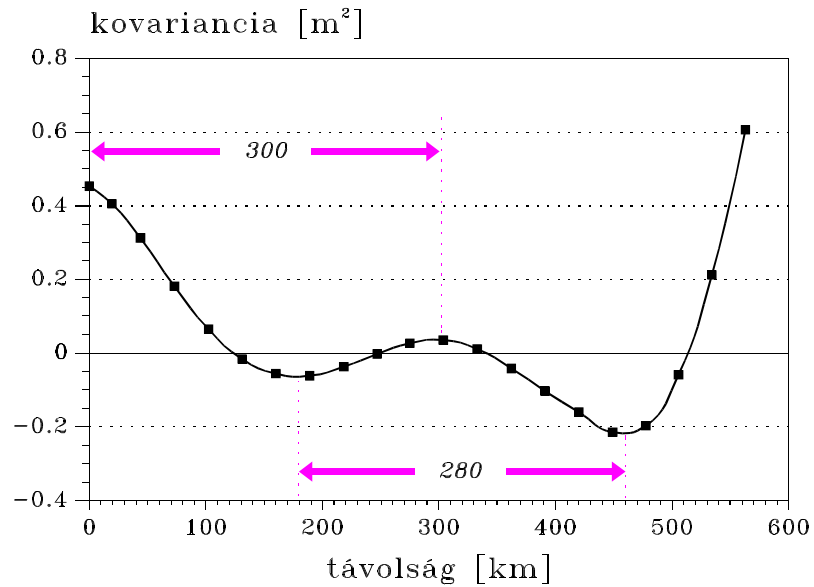
A 27. ábrán az OSU91A ($n = 360$) és a HGQ94 lokális gravimetriai kvázigeoid ilyen módon meghatározott digitális keresztkovariancia-függvénye látható. A határozott minimum és maximum helyek alapján, azok távolságából megbecsülhető ill. ténylegesen lemérhető a domináns hullámhossz(ak) értéke, amely ebben az esetben 250–300 km-nek adódik.

A fenti eredmények ellenőrzésére, a 3. fejezetben ismertetett statisztikai módszer alapján számítottam az OSU91A geoidundulációk 1D autokovariancia-függvényét is. A spektrális értelmezés szerint az autokovariancia-függvény alkalmas a saját-periodicitások kimutatására. Ez alapján a 28. ábrából az következik, hogy a keresztkovariancia analízisből kapott 250–300 km közötti érték nagyon reális, hiszen hasonló periodicitás (280–300 km) jellemzi az OSU91A geoid dőlésre korrigált undulációit is. Ebben a hullámhossz-tartományban bármely periodicitás a vizsgált terület méreteit ($500 \text{ km} \times 450 \text{ km}$) tekintve biztonsággal kimutatható, és úgy kezelhető, mint lokális információ, amely már jelen van a globális modellben is.

Ennek magyarázata az, hogy egyrésről a maximális $n = 360$ fok- és rendszámig alkalmazott gömbi harmonikus sorfejtés, amellyel a globális geoidnak a vizsgált területre eső felületdarabját előállítottam, a Föld felszínén kb. 110 km minimális hullámhosszúságú felbontásnak felel meg, azaz jóval kisebb, mint a kimutatott periodicitás hullámhossza. Tehát az adott 300 km hullámhosszúságú információ a nehézségi erőter szerkezetéről valóban belekerülhetett a globális modellbe, annak számításakor (Ádám J., 1993). Másrésről ismerv a HGQ lokális gravimetriai kvázigeoidok meghatározási módszerét (Kenyeres, 1993), biztosak lehetünk benne, hogy az azonosított jellegzetességek csakis a lokális gravimetriai adatokból kerülhettek a lokális geoid megoldásba.



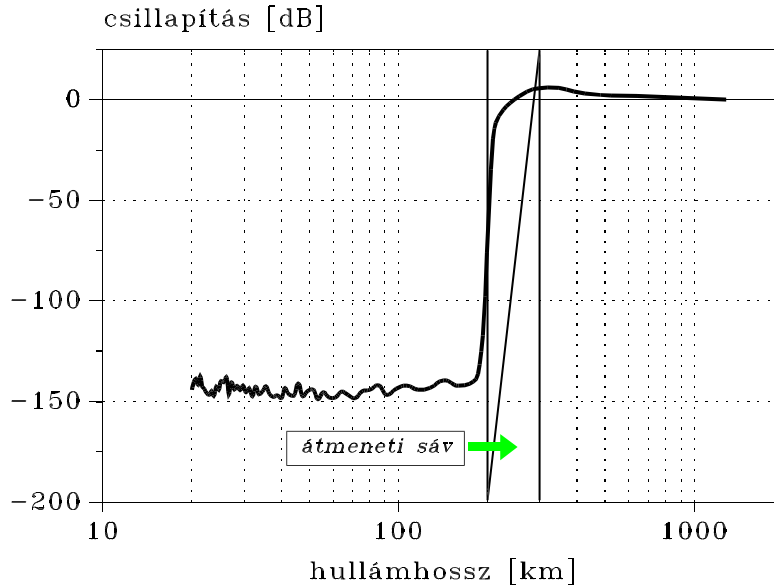
27.ábra. Az OSU91A ($n = 360$) és a HGQ94 (Hungarian Gravimetric Quasigeoid 1994) geoidok 2D digitális keresztkovariancia-függvénye. Szintvonalköz: 5 cm^2 ; minimum szintvonal: -0.15 m^2 (fekete); maximum szintvonal: $+0.65 \text{ m}^2$ (fehér)



28.ábra. Az OSU91A geoid simuló síkkal redukált undulációinak tapasztalati autokovariancia-függvénye. Jól azonosítható a 300 km hullámhosszúság körüli periodicitás

6.2 A globális és lokális geoidundulációk kombinációja digitális szűréssel

A fenti megfontolások alapján az adatok kombinációjához szükséges átmeneti sávot a 200–300 km közötti hullámhossz-tartományban határoztam meg. A fizikai szűréssel lokalizált, 200 km alatti hullámhosszúságú és a globális, 300 km feletti hullámhosszúságú undulációk szétválasztására alul és felülvágó szűrőket alkalmaztam, melyeknél az átmeneti sáv (200–300 km között) egybeesett. Az átmeneti sávban az átvitel fokozatosan, a cosinus függvénynek megfelelően változott. A sima átmenet a már említett Gibbs-jelenség csökkentésére szolgál. A felülvágó szűrő átviteli függvénye, melyet közvetett úton a szűrő impulzusra adott válaszfüggvényének teljesítményspektrumából határoztam meg a 29. ábrán látható. A megfelelően nagy csillapítás biztosítja, hogy a tiltott sávokból nem kerül információ a szűrt adatokba. A különböző unduláció hozzájárulásokat szintvonalas térképei a 30–35. ábrákon láthatók. Az egyes hozzájárulásokat



29.ábra. A számításokban alkalmazott felülvágó szűrő átviteli függvénye ($\lambda_{\text{pass}} = 300$ km, $\lambda_{\text{cutoff}} = 200$ km)

10 km \times 10 km-es rácson számítottam 128 \times 128 pontban. Az adatok száma ($\mathcal{N}_x = \mathcal{N}_y = 128 = 2^7$) így automatikusan lehetővé tette az FFT használatát interpoláció ill. az ún. “zero padding” (az adatok rácshálójának nulla értékek-

kel történő kiegészítése ill. kiterjesztése) alkalmazása nélkül (Press és mások, 1986). A szűrés után az egyes hatások összegzésével előállítottam a Pannon medence litoszféra geoidját, melynek többféle változatát is felhasználtam a különböző lokális és globális geoid megoldásokkal való összehasonlításban.

6.3 A litoszféra geoid statisztikai vizsgálata

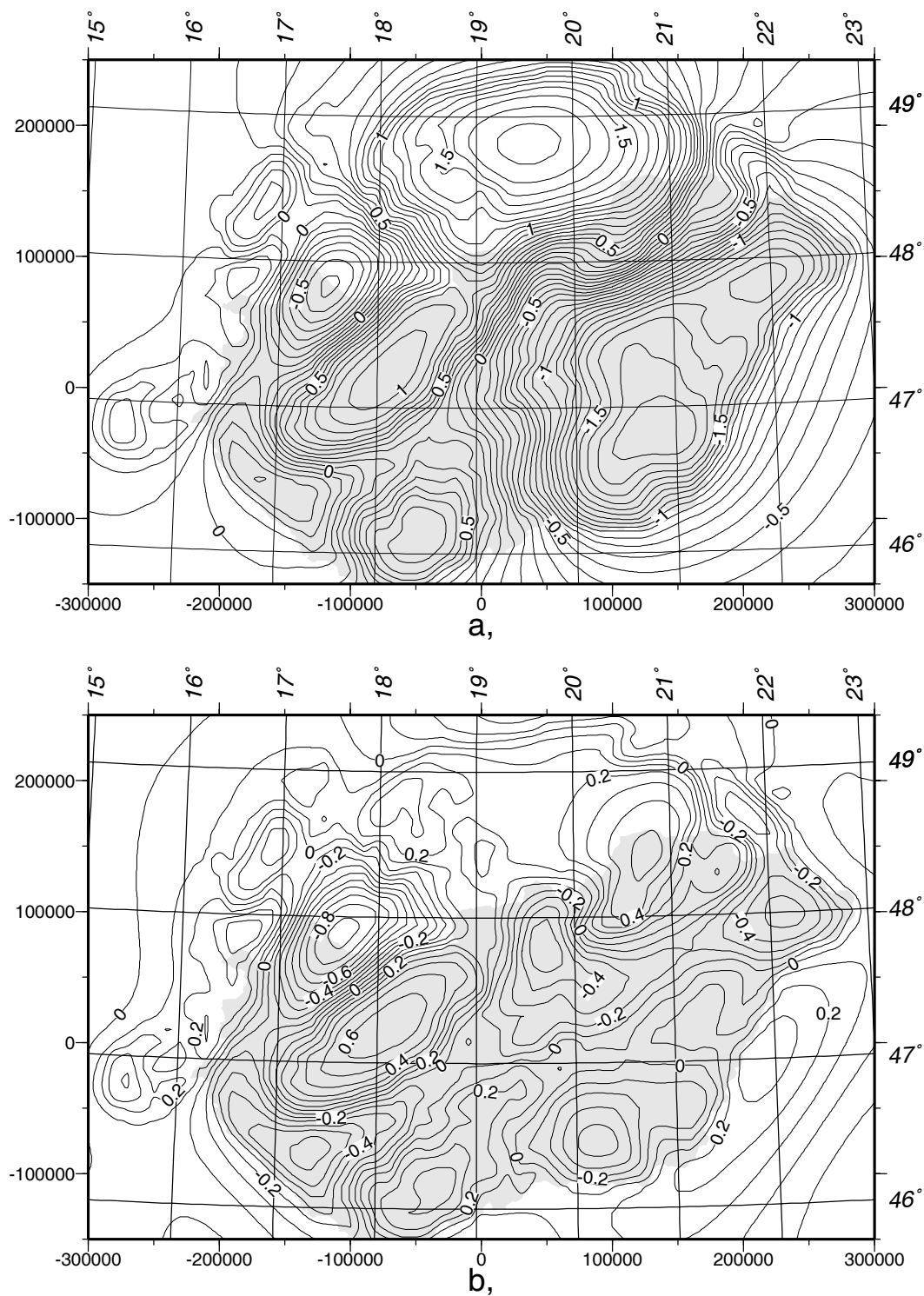
A litoszféra geoid (HLG94) többféle változatban való számítását (ld. pl. Függelék) egyrészt a kombinálható adatok sokfélesége, másrészt a kombinálási módszerben rejlő lehetőségek indokolták. Ennek megfelelően a statisztikai vizsgálatok is különböző kombinációk szerint történtek. Ezekben a kombinációkban az alábbi adatok kerültek felhasználásra (7. táblázat):

7. táblázat. A litoszféra geoid különböző variánsainak kiszámításához és az eredmények statisztikai kiértékeléséhez felhasznált adatok

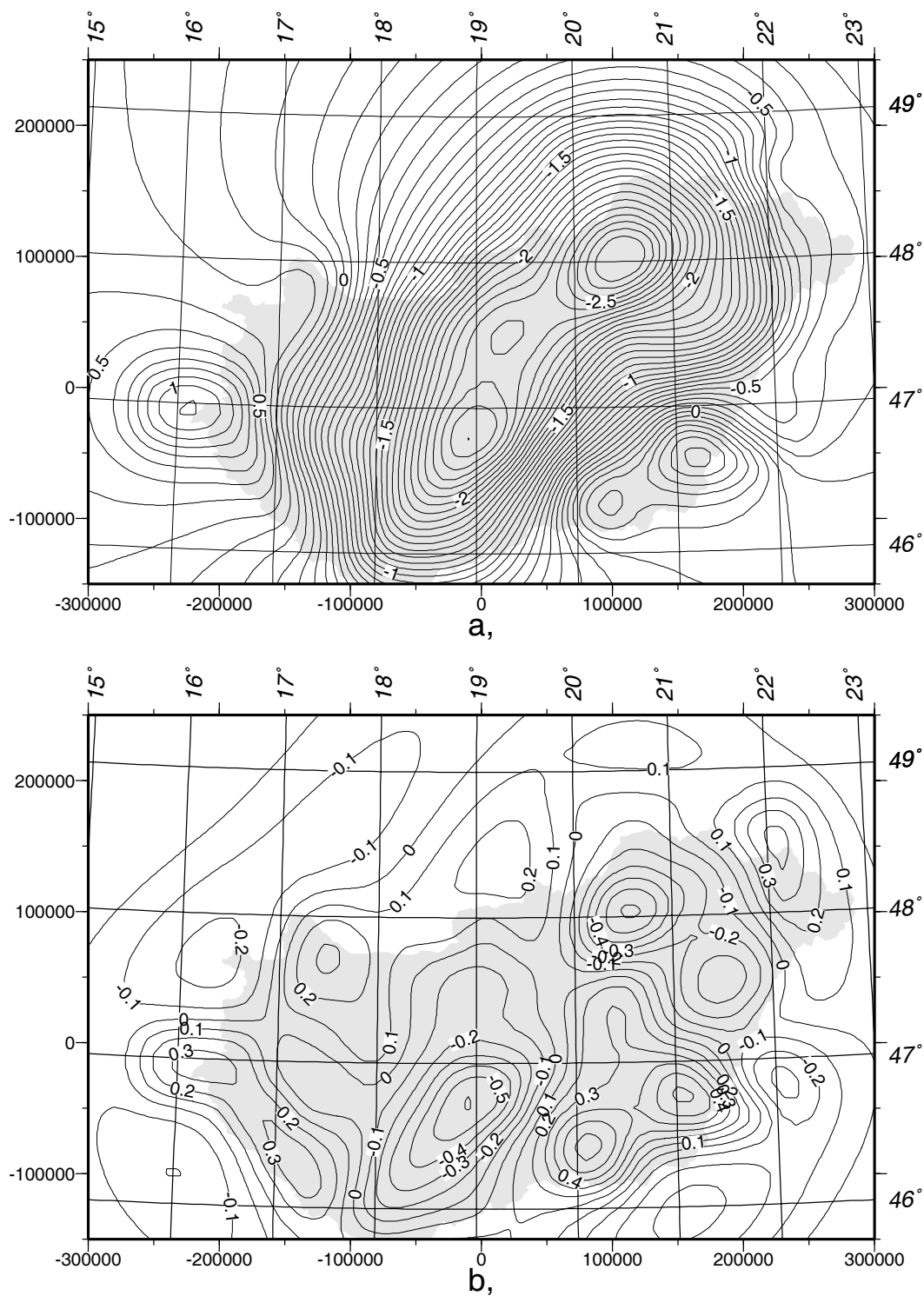
globális modellek	lokális hozzájárulások	lokális geoid megoldások
OSU81	felső köpeny modellje	HGQ91B
OSU89B	alsó kéreg modellje	HGQ94
OSU91A	üledékek modellje	
	felszíni topográfia modellje	

A statisztikai adatok levezetésében csak az országhatáron belül elhelyezkedő rácspontokat vettem figyelembe (959 pont a $10 \text{ km} \times 10 \text{ km}$ -es rácson). Ennek oka az, hogy egyrészt a litoszféra modell alapját képező adatok jelentős hányada inkább csak Magyarország, semmint a teljes Pannon-medence területére vonatkozik, másrészt a lokális gravimetriai geoid megoldások megbízhatósága is várhatóan az ország területén a legnagyobb.

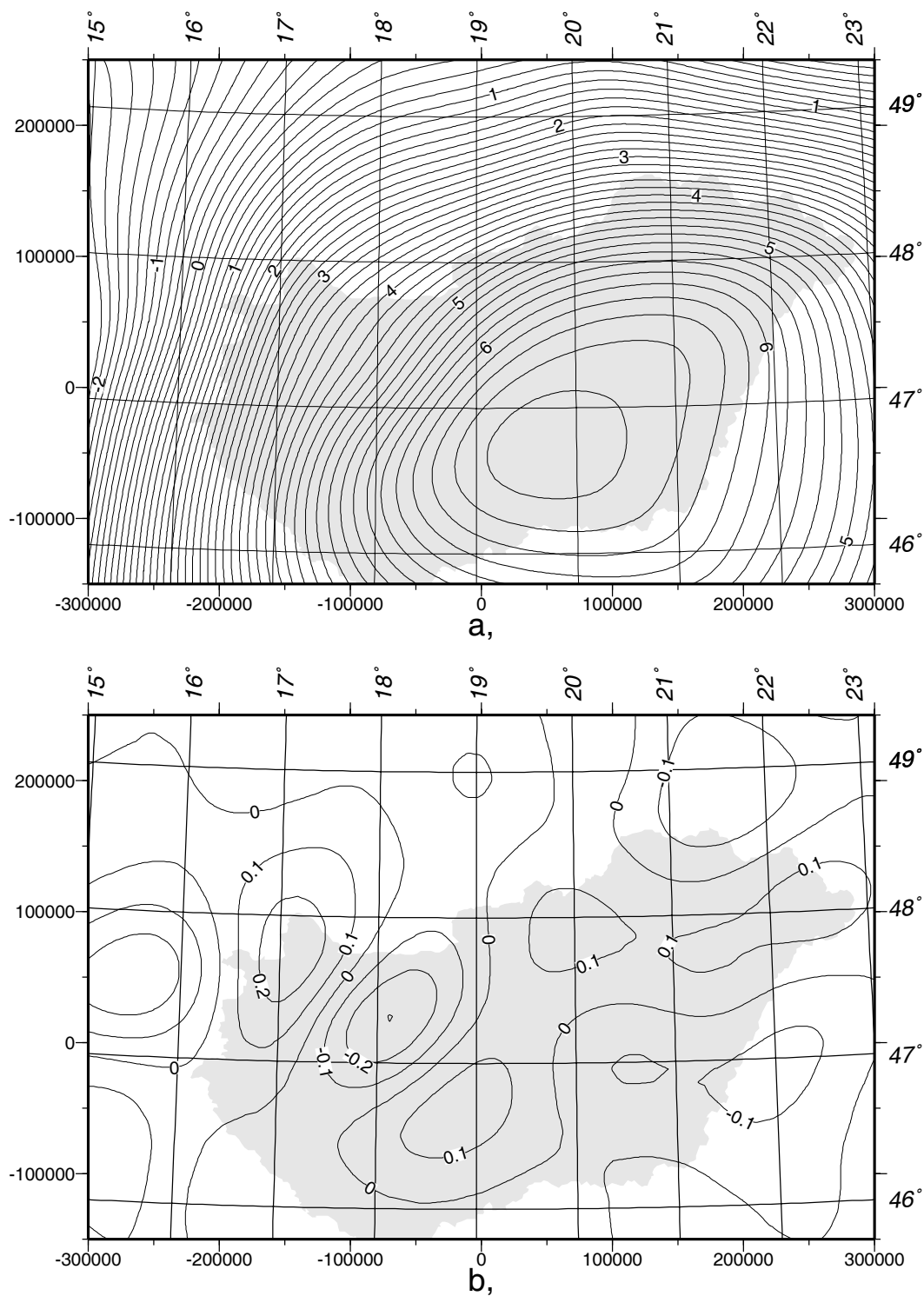
A legfontosabb kérdés a litoszféra modell értékelése szempontjából, hogy a litoszféra geoid megoldások mennyire közelítik meg a felszíni nehézségi anomália adatokból számított HGQ lokális gravimetriai kvázigeoid megoldásokat (36. ábra). A 8. táblázatban közölt adatok alapján úgy tűnik, hogy a különböző litoszféra geoidok nagyon jó egyezést mutatnak a gravimetriai megoldásokkal,



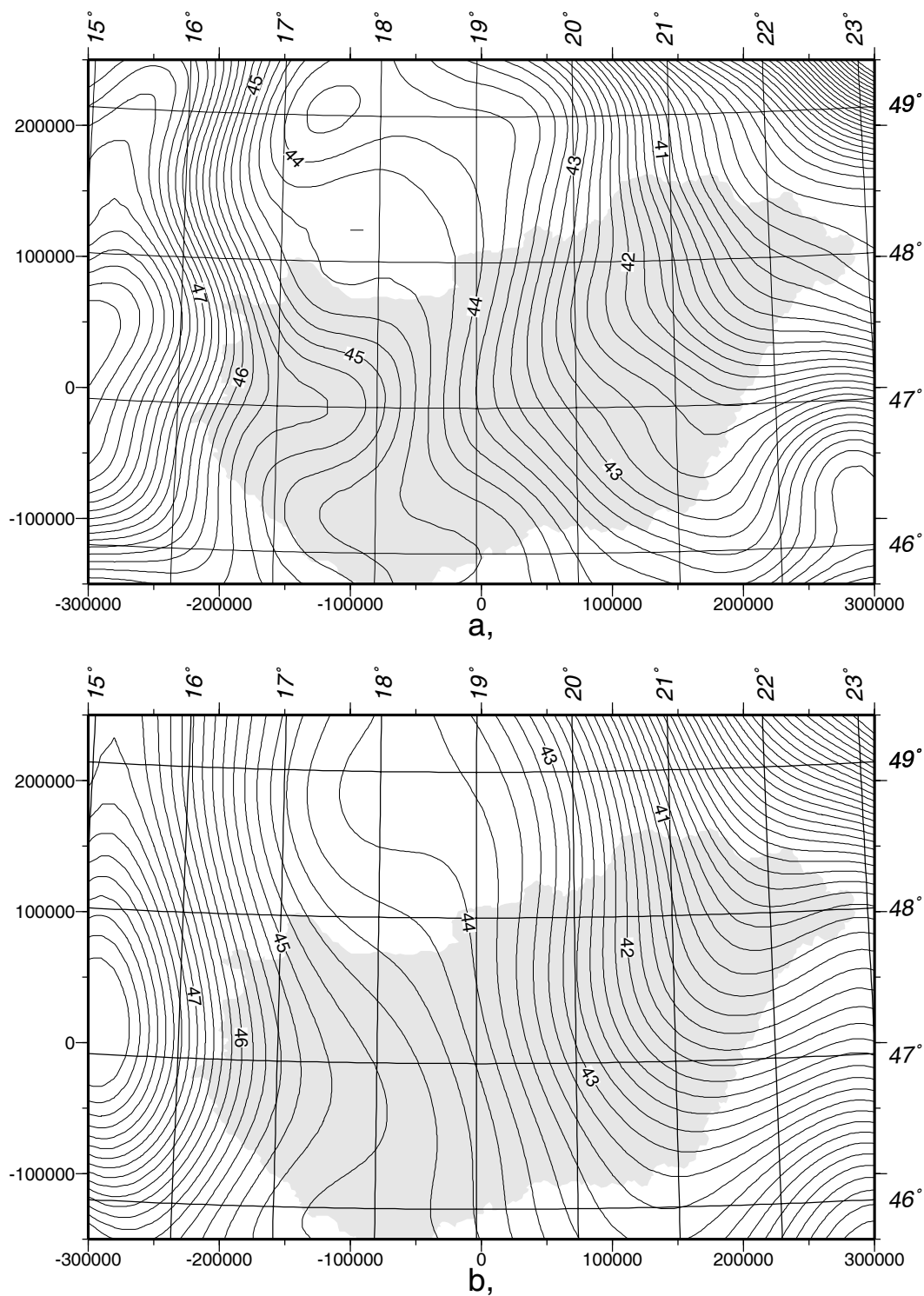
31.ábra. A neogén-negyedkori üledékek unduláció hozzájárulása a) fizikai szűrés után, b) fizikai és digitális szűrés után ($\lambda < 300$ km). Szintvonalköz 0.1 m, a síkkoordináták EOVS rendszerűek. A fókusz az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik



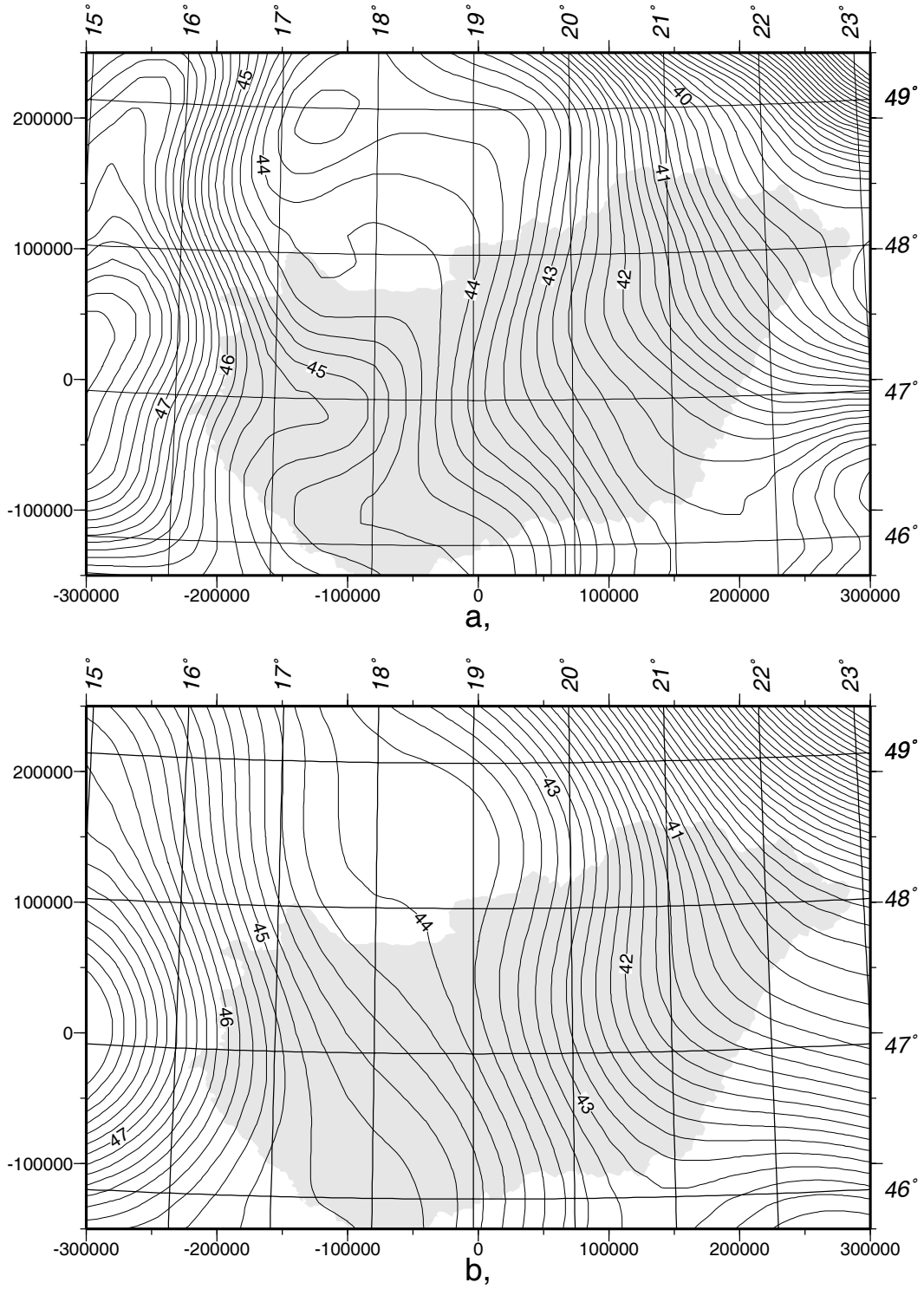
32.ábra. Az alsó kéreg modelljének unduláció hozzájárulása a) fizikai szűrés után, b) fizikai és digitális szűrés után ($\lambda < 300$ km). Szintvonalköz 0.1 m, a síkkoordináták EOVS rendszerűek. A fokhálózatt az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik



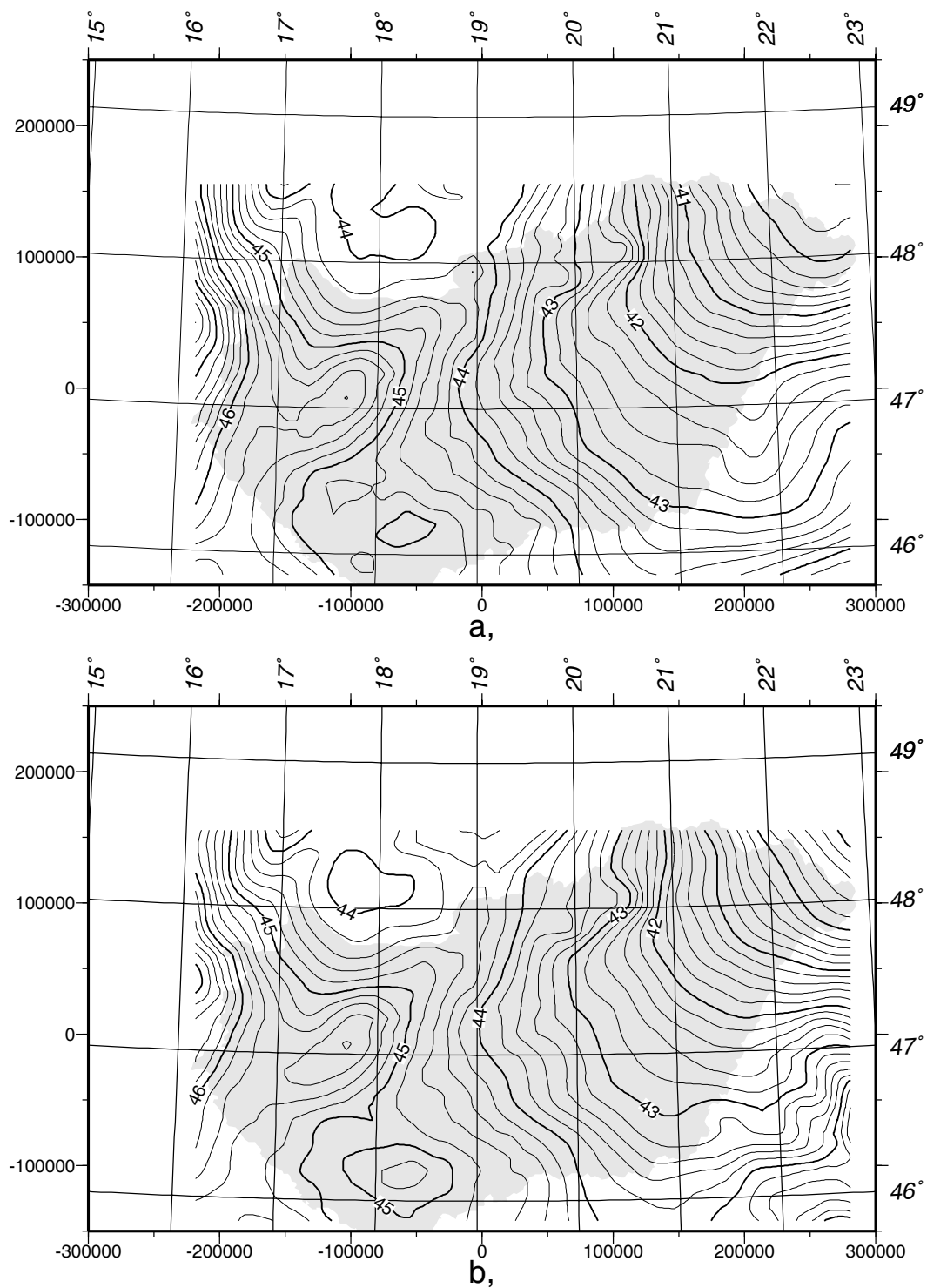
33.ábra. A felső köpeny modelljének unduláció hozzájárulása a) fizikai szűrés után, b) fizikai és digitális szűrés után ($\lambda < 300$ km). Szintvonalköz a) 0.2 m ill. b) 0.1 m, a síkkoordináták EOVS rendszerűek. A fókusz az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik



34.ábra. Az OSU89B geoid a Pannon-medencében. a) $n = 360$, b) digitális szűrés után ($\lambda > 200$ km). Szintvonalköz 0.2 m. A síkkoordináták EOVS rendszerűek, a fokhálózati az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik



35.ábra. Az OSU91A geoid a Pannon-medencében. a) $n = 360$, b) digitális szűrés után ($\lambda > 200$ km). Szintvonalköz 0.2 m. A síkkoordináták EOVS rendszerűek, a fokhálózati az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik



36.ábra. Lokális gravimetriai kvázigeoid megoldások a Pannon-medencében. a) HGQ91B, b) HGQ94. Szintvonalköz 0.2 m. A síkkoordináták EOVS rendszerűek, a fókusz az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik

ami annyit jelent, hogy a Pannon-medence 3D litoszféra modellje alapján számított unduláció hozzájárulások jól reprezentálják a geoid rövid hullámhosszúságú ($\lambda < 300$ km) undulációit. Ezt az értékelést az alábbiak indokolják.

8. táblázat. Különböző litoszféra geoid (HLG94) variánsok és egyéb geoid megoldások összehasonlításából kapott unduláció maradékok ($\Delta N = N_1 - N_2$) statisztikai paraméterei

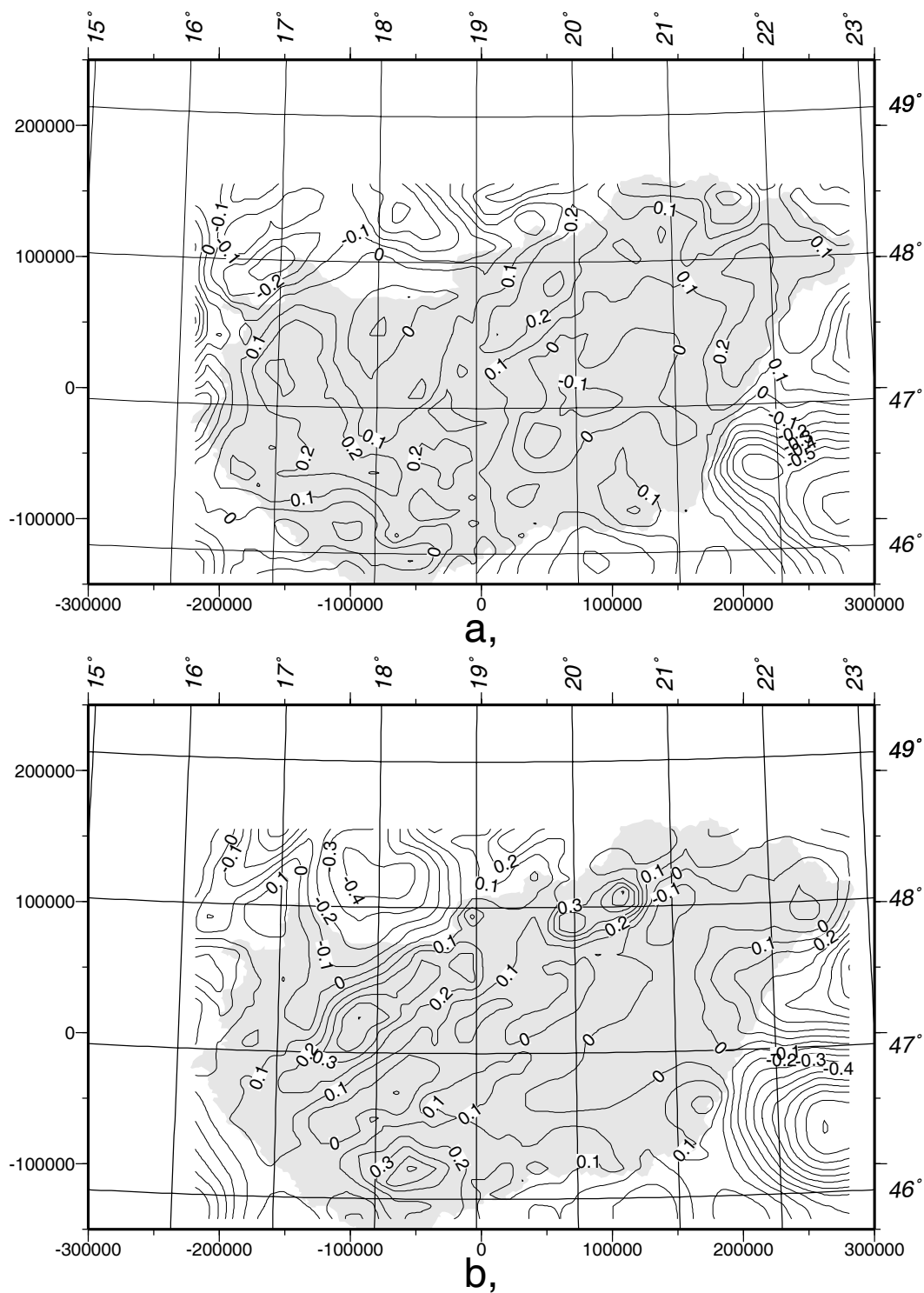
	N_1	N_2	DTM	szűrő átmeneti sáv	min. [m]	max. [m]	átlag [m]	szórás [m]
1	HGQ91B	HLG94	nem	200–300 km	−0.80	0.69	0.08	± 0.22
2	HGQ91B	HLG94	igen	200–300 km	−0.78	0.60	0.08	± 0.22
3	HGQ91B	HLG94	nem	100–300 km	−0.25	0.60	0.09	± 0.12
4	HGQ91B	HLG94	igen	100–300 km	−0.24	0.34	0.09	± 0.10
5	HGQ94	HLG94	nem	200–300 km	−0.56	1.08	0.35	± 0.23
6	HGQ94	HLG94	igen	200–300 km	−0.73	0.94	0.35	± 0.23
7	HGQ94	HLG94	nem	100–300 km	−0.20	1.12	0.38	± 0.17
8	HGQ94	HLG94	igen	100–300 km	−0.29	0.92	0.38	± 0.16
9	HGQ94	HLG94	igen	500–700 km	−2.22	1.32	0.15	± 0.88
10	HGQ91B	OSU81	–	–	−1.21	1.51	0.04	± 0.59
11	HGQ91B	OSU89B	–	200–300 km	−1.16	1.14	0.05	± 0.49
12	HGQ91B	OSU89B	–	–	−0.20	0.62	0.08	± 0.13
13	HGQ91B	OSU91A	–	–	−0.11	0.67	0.18	± 0.14
14	HGQ94	OSU89B	–	–	−0.32	1.08	0.28	± 0.21
15	HGQ94	OSU91A	–	–	−0.05	1.08	0.38	± 0.16
16	HGQ94	HGQ91B	–	–	−0.40	0.78	0.19	± 0.16
17	OSU91A	OSU89B	–	–	−0.52	0.04	−0.10	± 0.09

Ha összehasonlítjuk a különböző globális (OSU) és lokális gravimetriai kvázigeoid (HGQ) megoldásokat (8. táblázat 10–17. sorai), akkor látható, hogy mind a globális, mind a lokális geoidok esetén egymáshoz viszonyított egyezés csak deciméter nagyságrendben tapasztalható. A statisztikai adatok ($m_{\Delta N}$ átlagértékek és $\sigma_{\Delta N}$ szórások) széles skálán mozognak ebben a tartományban. Tehát az máris nyilvánvaló, hogy pl. a 7–8. sorban tapasztalt $m_{\Delta N} = +38$ cm átlagos eltérés a HLG94 és a HGQ94 között ez utóbbi és a globális modellként használt OSU91A geoid közötti $m_{\Delta N} = +38$ cm eltolódásból ered (15. sor), hiszen az OSU91A modell szolgált globális hozzájárulásként a HLG94 előállí-

tásához. Hasonló nagyságrendű ellentmondások ($m_{\Delta N} = +19$ cm, $\sigma_{\Delta N} = \pm 16$ cm) mutatkoznak (8. táblázat 16. sora) a két gravimetriai geoid megoldás között is. Természetesen az OSU geoidok sem egyeznek meg (8. táblázat 17. sora) a modellek meghatározása során felhasznált gravimetriai és egyéb adatok változásának ill. bővülésének megfelelően (Rapp és Pavlis, 1990) és egyezés ismét csak deciméter szinten ($m_{\Delta N} = -10$ cm, $\sigma_{\Delta N} = \pm 9$ cm) tapasztalható. Ezeknek a statisztikáknak az ismeretében a HLG és HGQ megoldások összehasonlításából kapott szórásértékek (± 10 cm $\leq \sigma_{\Delta N} \leq \pm 22$ cm) azt jelzik, hogy nincsen szignifikáns eltérés a HGQ és a HLG geoidok abszolút értelemben vett, azaz a valódi geoidhoz viszonyított megbízhatósága között, legalábbis a rövid hullámhosszúságú undulációk tekintetében.

Annak vizsgálatára, hogy a szűrőparaméterek (λ_{cutoff} , λ_{pass}) megválasztása milyen befolyással van az ellentmondások statisztikájára, a HLG megoldásokat különböző átviteli sávú szűrőkkel állítottam elő. Ebből a kísérletsorozatból az tűnik ki, hogy a szélesebb átviteli sáv használata (100 km – 300 km) csökkenti az eltérések szórását, akár a felére is. Ez könnyen magyarázható lenne azzal, hogy a szélesebb átviteli sáv miatt több információ jut a litoszféra geoid megoldásba a globális modellből (amíg a litoszféra modell unduláció hozzájárulása arányaiban csökken), ami javítja a litoszféra geoid pontosságát. Ez tulajdonképpen igaz, de nem a teljes magyarázat. Ha ugyanis megvizsgáljuk, hogy milyen az ellentmondások területi eloszlása pl. a HGQ91B – OSU89B és a HGQ91B – HLG94 megoldások között (37. ábra), akkor azt látjuk, hogy bár a statisztikai adatok nagyon hasonlóak (v.ö. 4. és 12. sorok), nyilvánvalóan mégis a HLG94 megoldás közelíti meg jobban a lokális gravimetriai megoldást, hiszen az ellentmondások sokkal kevésbé korrelálnak a topográfiával ill. a litoszféra nagyobb szerkezeti egységeivel.

A 6.1. fejezetben leírtak szerint meghatározott átmeneti sáv helyességének ellenőrzésére ill. annak vizsgálatára, hogy rosszul megválasztott szűrőparaméterek esetén milyen eredményt ad a kombinációs módszer, egy olyan litoszféra geoid megoldást is létrehoztam, amelynél az alkalmazott szűrők átmeneti sávja 500–700 km között volt. Ez az átmeneti sáv közelítőleg megegyezik a vizsgált terület horizontális dimenzióival. A kapott statisztikák (8. táblázat 9. sora)



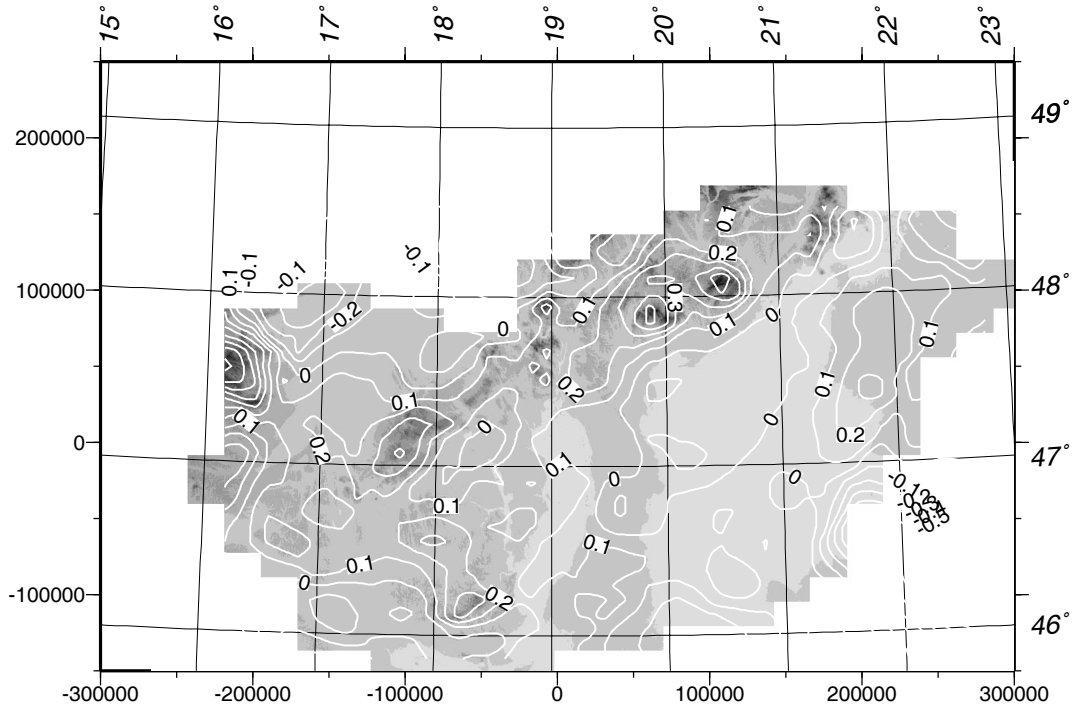
37.ábra. Unduláció maradékok területi eloszlása. a) HGQ91B–HLG94 (lásd 8. táblázat 4. sora), b) HGQ91B–OSU91A (lásd 8. táblázat 15. sora). Szintvonalköz 0.1 m, a síkkoordináták EOVS rendszerűek. A fókusz az IUGG67-es ellipszoidra vonatkozik

igazolták, hogy a rosszul választott – jelen esetben túlságosan szélés átvitelt biztosító – szűrőparaméterek torz megoldást eredményezhetnek ($m_{\Delta N} = +15$ cm, $\sigma_{\Delta N} = \pm 88$ cm). Nem csak a megnövekedett szórás az, ami ezt alátámasztja, hanem az ellentmondások átlagértékének jelentős mértékű megváltozása is. Látszatra az eltolódás a HGQ94 és a HLG94 geoidok között kedvezően változott, hiszen $m_{\Delta N}$ értéke 23 cm-rel csökkent (v.ö. 8. táblázat 8. sora). Ennek ellenére, mivel egyrészt a kombinálási módszerből adódóan a nagy hullámhosszúságú ill. konstans ellentmondások gyakorlatilag nem magyarázhatók (így azok nem is értékelhetők!) a sűrűségmodell esetleges hiányosságaival, másrészt egészen biztos, hogy a HGQ94 és a HLG94 megoldások közötti +38 cm átlagos eltérés az OSU91A globális modell és a HGQ94 közötti eltérésnek megfelelő (8. táblázat 15. sora), ezért csak azt a következtetést lehet levonni, hogy a rosszul megválasztott szűrőparaméterek jelentős, deciméter nagyságrendű szisztematikus torzítást (bias) is okozhatnak. Ez viszont alátámasztja a valódi és a modell nehézségi erőterek összehasonlíthatóságára ill. kombinálhatóságára tett megállapításokat és azt a javaslatot, miszerint a fizikai és matematikai szűrés együttes alkalmazásával megoldható ez a probléma. Látható, hogy a kísérletben alkalmazott szűrő az eredmények szerint olyan, a litoszféra modell által keltett nagy ($700 \text{ km} > \lambda > 300 \text{ km}$) hullámhosszúságú unduláció hozzájárulásokat is “beengedett” a HLG94 megoldásba (8. táblázat 9. sor), amelyek egyáltalában nem vagy nem eléggé reprezentálják a valódi ill. észlelhető nehézségi erőteret a Pannon-medencében. Ezek a nagy hullámhosszúságú komponensek a felelősek végső soron ezen utóbb említett HLG94 megoldás HGQ94 geoidundulációkhoz viszonyított, jelen esetben véletlenül kedvező irányú eltolódásáért.

A topográfia hatása a geoid ill. a nehézségi erőter igen rövid (a Pannon-medencében: $\lambda < 20 - 30 \text{ km}$) hullámhosszúságú szerkezetére alapvető befolyással van, ezért minden egyes HLG94 megoldást a topográfiai tömegek hatásának figyelembe vételével ill. anélkül állítottam elő. A 8. táblázat adatai alapján a topográfia átlagos hatása a geoidundulációk amplitúdójára 1–2 cm-en belül mutatható ki. Természetesen ez csak statisztika, amely Magyarország teljes területére vonatkozik. Ha jobban megvizsgáljuk a topográfiai hatások figye-

lembe vételének befolyását az unduláció maradékok területi eloszlására, akkor láthatjuk, hogy lokálisan, elsősorban a középhegységek területén sokszor 0.3 – 0.5 m javulás (azaz a maradékok csökkenése) is tapasztalható. Ez a tendencia jól érzékelhető, ha összehasonlítjuk a 37a. és a 38. ábrákat.

A 8. táblázatból szembetűnő, hogy a topográfia hatásának figyelembevételével elért javulás csak a szélesebb átmeneti sávú ($100 \text{ km} \leq \lambda \leq 300 \text{ km}$) szűrők alkalmazásakor vált láthatóvá a statisztikai adatokból is. Ennek oka az, hogy az átmeneti sávnak a rövidebb hullámhosszúságú tartomány felé kiterjesztése relatív értelemben növelte a topográfia és az egyes egyéb hatók (üledékek, stb.) által keltett unduláció hozzájárulások amplitúdóinak arányát. Ez másképpen fogalmazva annyit jelent, hogy a topográfia hatása a többi hatáshoz képest viszonylagosan erősödött a szűrés következményeként. Erre a jelenségre az eredmények spektrális interpretálásakor még visszatérünk.



38. ábra. Unduláció maradékok (lásd 8. táblázat 3. sora) területi eloszlásának kapcsolata a – szűrkeségi fokozatokkal ábrázolt – felszíni topográfiával. Szintvonalköz: 0.1 m. A síkkoordináták EO V rendszerűek, az ellipszoidi koordináták az IUGG67-es ellipszoidra vonatkoznak

7. A geoidundulációk spektrális interpretálása a Pannon-medence területén

Az 5.3. fejezetben leírt fizikai szűréssel előkészített lokális adatok alkalmasak arra, hogy információ-tartalmukat összehasonlítsuk. Az összehasonlításra a legmegfelelőbb a síkbeli frekvencia-tartomány, azonban a szemléletesség miatt a frekvencia értékeket célszerűbb transzformálni hullámhosszakká:

$$\begin{aligned} \lambda_n &= f_n^{-1} \\ f_n &= n/(K\Delta) \quad - \left(\frac{K}{2} - 1\right) \leq n \leq \frac{K}{2}, \end{aligned} \quad (71)$$

ahol f_n az n -edik frekvencia a digitális Fourier-spektrumban, K a Fourier-transzformált adatok (minták) száma, Δ a mintavételi intervallum (távolság két egymást követő minta között), λ_n az f_n frekvenciának megfelelő hullámhossz. Mivel a vizsgálatok tere kétdimenziós, azaz a geoidundulációk sík közelítésben $N = N(x, y)$ alakú függvényekkel írhatók le, ezért a frekvencia-hullámhossz tér is kétváltozós:

$$\begin{aligned} N(x, y) &\Leftrightarrow N(f_x, f_y) = N(\lambda_x, \lambda_y) \\ f_{x,n} &= \frac{n}{(K_x \Delta x)} \quad - \left(\frac{K_x}{2} - 1\right) \leq n \leq \frac{K_x}{2} \\ f_{y,n} &= \frac{n}{(K_y \Delta y)} \quad - \left(\frac{K_y}{2} - 1\right) \leq n \leq \frac{K_y}{2}, \end{aligned} \quad (72)$$

ahol \Leftrightarrow jelzi, hogy $N(x, y)$ és $N(f_x, f_y)$ ún. Fourier-transzformált párok, $f_{x,n}, f_{y,n}$ az n -ik frekvenciák, K_x, K_y a minták száma és $\Delta x, \Delta y$ a mintavételi intervallumok x ill. y irányoknak megfelelően. A Fourier-transzformációval előállított ún. amplitúdóspektrumok komplex értékűek, azaz minden egyes f_x, f_y frekvencia komponenshez egy valós ($\text{real}N(f_x, f_y)$) és egy képzetes ($\text{imag}N(f_x, f_y)$) amplitúdó tartozik a transzformáció által szolgáltatott ϕ fázisinformáció miatt (Brigham, 1974).

$$\phi = \arctan \left(\frac{\text{imag}N(f_x, f_y)}{\text{real}N(f_x, f_y)} \right) \quad (73)$$

Ha a fázisinformáció a vizsgálatok szempontjából nem fontos, akkor egyszerűbben kezelhető az ún. P_N teljesítményspektrum (Power Spectrum), amely a

komplex spektrumból a valós és képzetes amplitúdók négyzetösszegének képzésével állítható elő:

$$P_N(f_x, f_y) =_{\text{real}} N^2(f_x, f_y) +_{\text{imag}} N^2(f_x, f_y) . \quad (74)$$

Általában a 2D teljesítményspektrumok értelmezése elég nehézkes, ezért további egyszerűsítésként transzformálhatók ún. radiális, azaz 1D spektrumokká az f_r radiális frekvencia és annak α irányszöge bevezetésével:

$$\begin{aligned} f_r &= \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \\ \alpha &= \arctan\left(\frac{f_y}{f_x}\right) \\ P_N(f_x, f_y) &= P_N(f_r, \alpha) . \end{aligned} \quad (75)$$

A továbbiakban csak teljesítményspektrumok kerülnek vizsgálat alá, ezért a teljesítmény jelző elmarad az utalásokból.

Folytonos spektrum esetén a radiális spektrum a 2D spektrumból az azonos radiális frekvenciájú komponensek teljesítményeinek α szerinti integrálásával állítható elő (Meskó, 1984):

$$\hat{P}_N(f_r) = \int_{\alpha=0}^{2\pi} P_N(f_r, \alpha) d\alpha, \quad (76)$$

azonban az integrálás a gyakorlatban a spektrum diszkrét volta miatt egy frekvenciasávon belüli összegzést jelent.

A spektrumok értelmezéséhez tudni kell, hogy a spektrum maga egyfajta becslés ill. egy lehetséges matematikai modell, amely a vizsgált jel ill. adatsor frekvencia-tartománybeli reprezentációja. Ennek a modellnek a megbízhatóságával és a spektrális becslések jellegzetességeivel a jelfeldolgozás és az idősoranalízis nagyon szerteágazó tudományai foglalkoznak. Két alapvető jelenséggel (folding/aliasing és leakage effektusok), melyek alapvetően befolyásolják a spektrum megbízhatóságát, már foglalkoztam. Említettem, hogy az utóbbi hatás az adatok végeességének, azaz kényszerű “ablakolásának” a következménye és csökkenteni úgy lehet valamennyire, ha a természetes négyszög ablak helyett

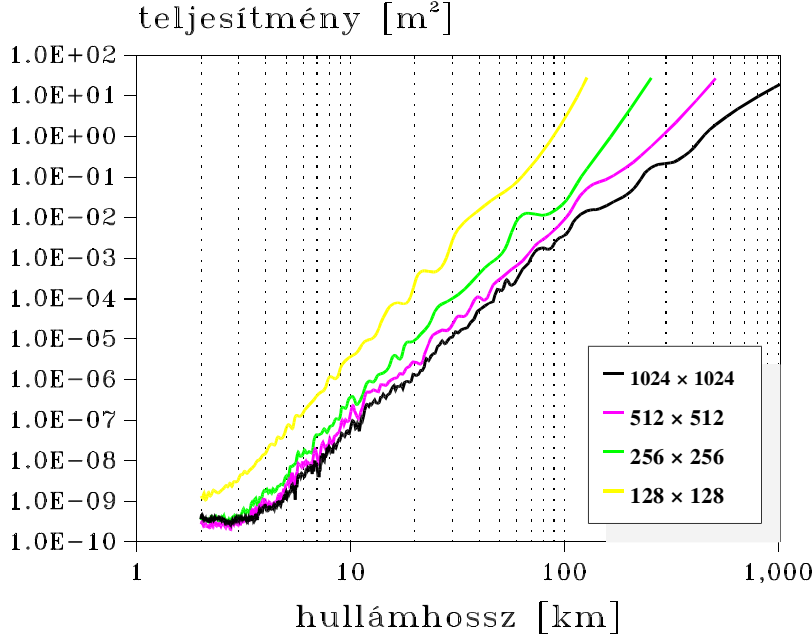
valamely 1 és 0 értékek közötti sima átmenetet biztosító ablakfüggvényt használunk (Meskó, 1984). A spektrumok becsléséhez 2D cosinus ablakfüggvényt alkalmaztam az adatok teljes kiterjedésében (100% cosine tapering).

A következő vizsgálatokban feltételeztem, 1) hogy egy spektrumon belül információt kapunk az egyes radiális frekvenciákhoz ill. hullámhosszakhoz rendelhető teljesítmények egymáshoz viszonyított eloszlásáról, aminek értelmében a spektrumból látható, hogy mely frekvenciák (frekvencia sávok) ill. hullámhosszak dominánsak a vizsgált adatokban; 2) a különböző unduláció hozzájárulások spektrumai egymással is összevethetők és ennek alapján a spektrumok információt adnak arról, hogy az egyes hatók által keltett undulációk, a spektrum egyes sávjaiban milyen arányban járulnak hozzá a Pannon-medence nehézségi erőterének kialakításához.

Ez utóbbi feltételezés azonban csak akkor igaz, ha az adatok egyforma kiterjedésű területre vonatkoznak, azaz ha az $N_x\Delta x$ és $N_y\Delta y$ szorzatok állandók. Ennek igazolására a neogén-negyedkori üledékek egyszerűsített modelljéből, mely az eredeti harmadkor előtti medencealjzat modell $7 \text{ km} \times 11 \text{ km}$ -es átlagmélységei alapján készült, egy 1024×1024 pontból álló $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ mintavételezésű rácson számítottam az undulációkat. Ebből az alaprácsból, a horizontális kiterjedés csökkentésével, a széleken lévő adatoknak a rács középpontjára vonatkozó szimmetrikus elhagyásával újabb rácsokat hoztam létre 512×512 , 256×256 és 128×128 ponttal, de változatlan $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ -es mintavételezéssel. Ezeknek az adatoknak a radiális spektrumai a 39. ábrán láthatók. Nyilvánvaló, hogy a terület változása ebben az esetben a spektrumok egymáshoz viszonyított eltolódását eredményezte. Ez az effektus az ún. Parseval-tételből következik (77), amely kimondja, hogy egy függvény (pl. $s(t)$) tér-ill. idő-tartomány szerinti négyzetes integráljának meg kell egyeznie a függvény teljesítményspektrumának frekvencia-tartománybeli integráljával⁴ (Brigham, 1974):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df. \quad (77)$$

⁴Ez az összefüggés elméletileg csak a négyzetesen integrálható függvényekre igaz.

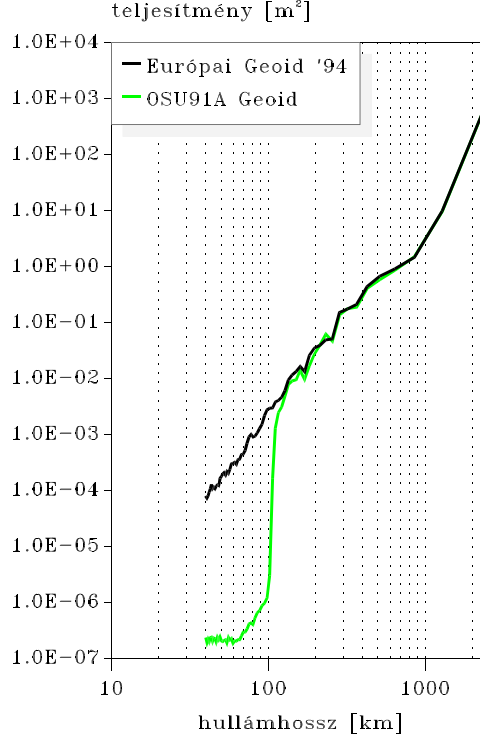


39.ábra. A neogén üledék különböző kiterjedésű, de azonos sűrűségű rácson számított unduláció hozzájárulásainak radiális teljesítményspektrumai. A jelmagyarázat a feldolgozott rácspontok számát mutatja

A folytonos esetből áttérve a diszkrét esetre, ill. az improprius integrálról a véges integrálra, azt látjuk, hogy az integrálási határok változása miatt (77) bal oldalán természetesen változik az integrál értéke, míg a jobb oldalon az integrálási határ, mely diszkrét esetben a Nyquist-frekvenciáig terjed, nem változik, mivel a mintavételezés nem változott. Így azonban $S(f)$ nem maradhat változatlan, mert követnie kell a bal oldali integrál értékének változását.

7.1 A globális és lokális geoidunduláció hozzájárulások spektrumainak elemzése

Az előző szakaszban ismertetett alapelveknek megfelelően számítottam az unduláció hozzájárulások radiális spektrumait. A 40. ábrából, ahol a globális undulációkból (OSU91A) ill. az Európai Geoid 1994-es megoldásából (Denker és mások, 1994) meghatározott spektrumok láthatók, kitűnik, hogy az OSU91A geoid nem csak a sorfejtésben alkalmazott maximális fok- és rendszámnak ($\mathcal{N}, \mathcal{M}=360$) megfelelő hullámhosszig tartalmaz értékelhető informá-



40.ábra. Az EG94 és az OSU91A geoidundulációk radiális teljesítmény spektrumai

ciót. A csonkítási vagy levágási hullámhossz (λ_{cutoff}) a

$$\lambda_{\text{cutoff}} = \frac{2\pi R}{n} \quad (78)$$

közelítés alapján számítható, ahol R a földgömb átlagos sugara, n a sorfejtés fokszáma. A levágási hullámhossz alatti, elvileg “tiltott” tartományban még milliméter nagyságrendű hozzájárulás észlelhető. Ez a jelenség arra utal, hogy a gömbi harmonikus sorfejtés csonkítása nem egyenértékű a szokásos digitális szűrés hatásával ill. hatékonyságával, hiszen a teljesítmény csillapítása mindössze 40 dB körüli, míg egy jó digitális szűrővel akár 100–150 dB csillapítás is elérhető (Papp és Wang, 1996). A sorfejtés a levágási hullámhossz környezetében “szétkeni” a spektrális teljesítményeket, “inverse-aliasing”-szerűen és így a hosszabb hullámhosszakról teljesítmény szivárog át a levágási sávba. Emiatt a 60–100 km hullámhosszak közötti tartományban a két teljesítményspektrum párhuzamosan fut az azonos mértékű relatív teljesítménycsökkenés következ-

tében. A 60 km alatti hullámhosszak teljesítménye a Nyquist-frekvenciához tartozó 40 km hullámhosszig állandó, viszonylag magas, néhány tized milliméteres zajszintet indikál.

Az EG94 és az OSU91A geoid radiális spektrumainak összehasonlításából pedig az látszik, hogy csak mintegy 600 km-es hullámhossznál (az EG94 geoid meghatározásába bevont nehézségi adatok által lefedett terület horizontális méreteinek $\approx 10 - 15$ %-a) kezd eltérést okozni a lokális nehézségi anomália adatokból származó hozzájárulás. Ez az érték viszonylag jól tükrözi a megoldásban alkalmazott lokalizált Stokes-magfüggvény hosszú hullámú spektrális karakterisztikáját, amely $n = 50$ fokszám ($\lambda \approx 790$ km) esetén éri el az egységni átvitelt, amelyet megtart egészen $n = 10000$ -ig ($\lambda \approx 4$ km). Ugyanakkor a megoldásban a globális modell $n \geq 50$ esetén már nem ad hozzájárulást, azaz ennél a fokszámnál húzták meg a határt a lokális/regionális és globális hatások között (Denker és mások, 1994). Elemezve a különböző, litoszférát alkotó rétegek unduláció hozzájárulásainak teljesítményspektrumait, egyértelmű sorrend állítható fel az egyes hatók dominanciáját illetően. Kiindulva a hosszú geoidhullámok irányából megállapítható, hogy a felső köpeny nehézségi hatása igazából csak 350–400 km hullámhosszak felett válik dominánssá és a frekvencia növekedésével a teljesítmény a legmeredekebben csökken a vizsgált komponensek spektrumai között. A $400 \text{ km} \geq \lambda \geq 30 \text{ km}$ tartományban egyértelműen a neogén üledékek gravitációs hatása a legerőteljesebb, bár a $400 \text{ km} \geq \lambda \geq 200 \text{ km}$ tartományban az alsó kéreg hozzájárulása egy teljesítményszinten van vele $\lambda = 60 \text{ km}$ -ig még jelentős, szubdeciméteres amplitúdókat produkálva. $\lambda \leq 60 \text{ km}$ esetén a topográfiából származó undulációk teljesítményei viszonylagosan megnőnek és $\lambda \leq 30 \text{ km}$ esetén uralkodóvá válnak, igaz, hogy ekkor már centiméter alatti amplitúdókkal. A topográfia hozzájárulásainak lokális jelentőségét ez jól alátámasztja. A spektrumokból az az általános érvényű tendencia is kiolvasható, miszerint a ható mélységének növekedésével arányosan nő a spektrum meredeksége a log-log skálájú ábrán (41. ábra) (Meskó, 1984). Láthatóan a felső köpeny (Moho) hozzájárulásának a spektruma a legmeredekebb ($-3.75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{km}$) míg a topográfia által keltett undulációk spektrumának átlagos meredeksége a legkisebb ($-1.25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{km}$). Édemes

nek. Ezek fényében érdekes elgondolni, hogy a terciérben a Pannon-medence területén akár 6–7 km-es szintkülönbségek is léteztek, de a feltöltődés mára eltüntette ennek nyomait.

A spektrumokból meghatározható relatív hozzájárulásokat a 9. táblázatban összegeztem.

9. táblázat. A litoszféra modell szerkezeti elemeinek relatív unduláció hozzájárulásai az amplitúdó/hullámhossz függvényében

hullámhossz λ amplitúdó	DTM	üledék	alsó kéreg	felső köpeny
%	%	%	%	%
> 300 km m	5	10	16	69
> 100 km dm	12	35	36	17
> 40 km cm	21	50	27	2
> 20 km mm	45	48	5	2

8. Összefoglalás – tézisek

A dolgozat eredményei – mind a statisztikai, mind a determinisztikus vizsgálatok alapján – arra a következtetésre vezetnek, hogy a Pannon-medence nehézségi erőtere a regionális kéregszerkezet statikailag kiegyensúlyozott fejlődési állapotát tükrözi. Kétségtől erre utal a mindössze -1 mgal regionális átlag Bouguer anomália, amely kizárja a medence alatt nagy kiterjedésű, kompenzálatlan tömegrendellenesség létét. A forward erőter modellezés megmutatta, hogy ez a kompenzált állapot hogyan jött létre egy a környezetéhez viszonyítva jelentősen eltérő kéregszerkezet esetén, amelyben az egyes fő szerkezeti elemek – külön-külön – szélsőséges jellemzőkkel bírnak. A medence fejlődésének jelenlegi szakaszában ezek a szélsőségek – nehézségi hatásukat tekintve – kioltják ill. csökkentik egymást és csak helyileg indikálható dekompenzáció ill. lokális, felszín alatti sűrűséganómália. A lokális, nagy részletességű adatok statisztikai vizsgálatának eredményei felhívják a figyelmet arra, hogy a felszíni kőzetek sűrűségének az átlagos kéregsűrűségtől való – sokszor nagymértékű – eltérése miatt a Bouguer-anomáliák és egyéb erőter paraméterek számításában a sűrűség ezen laterális függését figyelembe kellene venni. Erre megoldás lehet a változó sűrűség adatok kombinálása a topográfia 3D prizma- vagy rácsmodelljével, amely a jelenleg elérhető legnagyobb felbontású magyarországi DTM-ből levezethető. Ha a neogén-negyedkori üledékek modelljébe is a – szintén nyilvánvaló – horizontális sűrűségváltozások bevezetésre kerülnének (azaz a sűrűség helyfüggését nem csak vertikális irányban vennénk számításba), akkor növelni lehetne a litoszféra geoid pontosságát. A pontosság növekedése utat nyitna további vizsgálatok felé is, mint pl. a függővonal görbületi paramétereinek analitikus meghatározása (amelynek fontos szerepe van a magassági rendszerek kiértékelésében és egymással való összevetésében) vagy relatív értelemben nagy megbízhatóságú geoid meghatározása a felszíni gravitációs adatok és a litoszféra modell együttes feldolgozásával.

A geoidundulációk értelmezésében alkalmazott 2D spektrálanalízis megbízhatóságának növelése ill. a megbízhatóság becslése érdekében meg kellene vizsgálni az ún. Slepian-féle ablakfüggvény-rendszerek (multiple tapers) hasz-

nálhatóságát. Az új módszer bevezetése várhatóan segítene a globális és regionális/lokális hozzájárulások szétválasztására használt digitális szűrők paramétereinek (pl. az átmeneti sáv szélessége) objektív meghatározásában.

A disszertáció alapján az eredmények összegzéseként az alábbi téziseket fogalmaztam meg:

1. Kiterjedt összehasonlító vizsgálatok alapján bevezettem egy új autokovariancia-függvényt a nehézségi anomáliák legkisebb négyzetes predikciójához, amelyet sikeresen alkalmaztam a Pannon-medence adatain. Bebizonyítottam, hogy ez az ún. módosított Hirvonen-függvény kielégíti a kovariancia-függvény definíciójának elégséges feltételeit.
2. A Bouguer nehézségi anomáliák és a Pannon-medence kéregszerkezete statisztikai korrelációjának leírására bevezettem egy nemlineáris modellt, amelynek alapján analitikus összefüggést állapítottam meg az anomáliák és a vertikális sűrűségeloszlás (kompakció) üledék vastagságtól való függésére. A modell segítségével kimutattam, hogy a Kisalföld-medencében mért nehézségi anomáliák alapján meghatározott ún. látszólagos sűrűségfüggvény csak úgy hozható összhangba az ismert ill. elfogadott kompakcióval, ha az üledékek nehézségi hatását (a felső köpeny ismert hatását is figyelembe véve) kéregbeni, nagy sűrűségű ható ill. hatók kompenzálják.
3. Kimutattam, hogy az OSU89B globális geopotenciál modell trendként való alkalmazása – a maradékok varianciájának csökkenése mellett – szisztematikus torzítást (determinisztikus periodicitás és anizotrópia) okoz a szabadlevegő nehézségi rendellenességek redukciója során képzett maradék anomáliákban. Ez a torzítás, viszonylag nagy tér-frekvenciás ($\lambda = 110$ km) volta miatt csökkenti az anomáliák legkisebb négyzetes predikciójának megbízhatóságát.
4. Statisztikai próbákkal kimutattam, hogy a predikcióból származó hibák rendszeresen és magas szignifikancia szinten Laplace-eloszlásúak és ezért a szokásos középhiba számítás helyett az eloszlásnak megfelelő átlagos

abszolút hiba definíciója alapján vezettem le a pontossági mérőszámokat, melyek alapján azok átlagosan 30 százalékkal kisebbnek adódtak, mint az átlagos középhibák, ezzel javítva a predikció pontosságát.

5. Alkalmaztam a térfogatelem optimalizációt a Pannon-medence 3D litoszféra modelljének létrehozására, mely jelenleg a litoszféra négy fő szerkezeti elemét tartalmazza. A modell birtokában kidolgoztam egy a szokásos “remove-restore” technikának logikailag megfelelő geoid számítási módszert, melynek alkalmazása során sikerrel kombináltam globális geopotenciál modelleket a litoszféra térfogatelem modellje által keltett geoidunduláció hozzájárulásokkal. A kombináció eredményeképpen a lokális gravimetriai geoidmegoldásokkal egyenértékű litoszféra geoid variánsokat határoztam meg.
6. A litoszféra geoid gravimetriai geoidokkal való statisztikai egyenértékűsége alapján a Pannon-medence 3D litoszféra modellje – jelenlegi formájában – valósághűnek tekinthető, így alkalmas a medencében észlelhető nehézségi erőter és a litoszféra szerkezet kapcsolatának vizsgálatára max. 10 – 20 km-es térbeli felbontásban. A vizsgálatok eredményei arra utalnak, hogy a Pannon-medence kéregszerkezete regionálisan és statikailag kiegyensúlyozott fejlődési állapotban van.
7. A forward nehézségi erőter modellezésben bevezettem a lokális potenciálzavar fogalmát és kidolgoztam előállításának módját, melyet fizikai szűrésnek neveztem el. Kimutattam, hogy a hatások tekintetében jelentős eltérés van a fizikai és matematikai (digitális) szűrés között, továbbá, hogy a fizikai szűrés segíti a forward erőter modellezés eredményeinek interpretálását és a globális adatokkal való kombinálhatóságát. Realisztikus litoszféra geoid megoldásokat a kétféle szűrés megfelelő sorrendű alkalmazásával nyertem.
8. A geoid modellezési eredmények spektrális interpretálásához meghatároztam a Pannon-medence litoszféráját alkotó szerkezeti egységek (topográfia, üledékek, alsó kéreg, felső köpeny) teljesítmény ill. amplitú-

dó szerinti unduláció hozzájárulásait abszolút és relatív értelemben egyaránt. Megállapítottam a hozzájárulások dominanciáját a hullámhossz függvényében is, amely szoros kapcsolatot mutat a szerkezeti egységek (hatók) mélységével. Ennek alapján a 300 km feletti tartományban a felső köpeny nehézségi hatása a legerőteljesebb, míg a spektrum rövid hullámhosszúságú részén, 30 km alatt, a topográfia hatása az uralkodó. A köztes tartományban az üledékek hatása dominál.

Köszönetnyilvánítás

Nehéz összeszámolnom, hogy kik, mikor és hogyan segítették munkámat az évek folyamán, hiszen a segítők számosan voltak és vannak most is. Az azonban bizonyos, hogy a 5–204 és az F014284 sz. OTKA támogatások nélkül, melyek az anyagi és erkölcsi támogatáson túl komoly kutatási programot ill. célt is jelentettek csak töredéke jöhetett volna létre a leírt eredményeknek. Ezért mindenek előtt köszönet illeti Dr. Biró Péter akadémikus urat, volt professzoromat, hogy bevont az általa vezetett 5–204 sz. OTKA-ba, valamint az OTKA bizottságot, hogy saját kezdeményezésű Ifjúsági OTKA pályázatomat támogatásra érdemesnek ítélte. Köszönöm továbbá Dr. Juhani Kakkuri professzor úrnak, a Finn Geodéziai Intézet igazgatójának, hogy fogadókészségével lehetővé tette 3 hónapos helsinki tartózkodásomat, mely idő alatt – többek közt – lehetőségem nyílt kiváló körülmények között papírra vetni disszertációm. Fogadják hálámat kollégáim, akik közül elsőnek kell említenem Kalmár Jánost, a prizmarendszer optimalizáló algoritmus kidolgozóját, a szerteágazó segítségért, amit az évek folyamán tőlük kaptam. Külön köszönet illeti meg Kenyeres Ambrust (FÖMI KGO), aki rendelkezésemre bocsátotta a vizsgált gravimetriai geoid megoldásokat; Dr. Nagy Dezsőt (Geodetic Survey of Canada), aki figyelmemet a nehézségi erőter forward modellezésében rejlő lehetőségekre irányította; Dr. Heiner Denkert (IfAG, Hannover) az Európai Geoid 1994-ik évi megoldásának hozzáférhetővé tételéért és Szabó Zoltánt (MGSZ ELGI), amiért felhasználhattam 5 db 20 km \times 20 km-es mérési szelvényt az ELGI gravitációs adatbázisából.

Nagyra értékelem Fleischhacker Imréné segítségét, aki a szöveg gondos szerkesztésével kialakította a dolgozat végső formáját.

Hivatkozások

- Ádám, A., Vanyan, L.L., Varlamov, D.A., Yegorov, I.V., Shilovski, P.P. (1982): Depth of crustal conducting layer and asthenosphere in the Pannonian basin determined by magnetotellurics. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 28, 251–260.
- Ádám, A. (1987): Are there two types of conductivity anomaly (CA) caused by fluid in the crust? *Phys. Earth Planet. Inter.*, 45, 209–215
- Ádám, J. (1987): A műholdas Doppler-technika szerepe geodéziai alaphálózatunk továbbfejlesztésében. *Geodézia és Kartográfia*, 39, 174–183.
- Ádám, J. (1991): Comparison of geopotential models in the region of Hungary. Presented at the XXth IUGG/IAG General Assembly, Vienna, Austria, August 11–14.
- Ádám, J. (1993): Global geopotential models in the region of Hungary. *Periodica Politecnica, Ser. Civil. Eng.*, 37, 69–90.
- Albertella, A., Sansò, F. (1994): A compendium of physical geodesy. In: *Lecture Notes of the “International School for Determination and Use of the Geoid”*. International Geoid Service. DIIAR-Politecnico di Milano, Milano.
- Bašić, T. (1989): Untersuchungen zur regionalen Geoidbestimmung mit “dm” Genauigkeit. *Wiss. Arb. d. Fachr. Vermessungswesen, Univ. Hannover*, Nr. 157.
- Benciolini, B., Manzino, A., Sansò, F., Sguerso, D. (1990): Italgeo'90: Progress report June '90. In: *Determination of the geoid. Present and future. IAG Symposia*, No. 106, Springer Verlag, Berlin, 201–213.
- Bielik, M. (1991): Density inhomogeneities of the Earth's crust of the Intra-Carpathian Region. *Contr. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.*, 21, 79–92.
- Biró, P. (1983): *Time variation of height and gravity*. Herber Wichmann Verlag, Karlsruhe
- Biró, P. (1989): Zum Begriff “schwere” und zu den SI-Masseinheiten. *ZFV*, 114, 5.
- Bondár, I., Bus, Z., Zivcic, I., Costa, G., Levshin, A. (1995): Rayleigh wave group and phase velocity measurements in the Pannonian basin. In: *Proceedings of the XV Congress of the Carpatho-Balkan Geological Association, Athens* (in print)

- Brigham, E. Oran (1974): The fast Fourier transform. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., p. 251.
- Christensen, N.I., Mooney, W.D. (1995): Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view. *J. Geoph. Res.*, 100, 9761–9788.
- Csapó, G., Sárhidai, A., (1990): Magyarország új nehézségi alaphálózata (MGH-80) *Geodézia és Kartográfia*, 42, 2, 110–118.
- Csapó, G., Szatmári, G., Klobušiak, M., Kaváčík, J., Olejník, S., Träger, L. (1994): Unified gravity network of the Czech Republic, Slovakia and Hungary. In: *Gravity and Geoid*, Sünker, H. and Marson, I. (eds), IAG Symposia, 113, Springer Verlag, Berlin, 72–81.
- Denker, H., Behrend, D., Torge, W. (1994): European gravimetric geoid: Status Report 1994. In: *Sünkel, H. and Marson, I. (eds), Gravity and Geoid*, IAG Symposia, 113, Springer Verlag, Berlin
- Dziewonski, A.M., Anderson, D.L. (1981): Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25, 297–356.
- Engels, J., Grafarend, E.W., Sorcik, P. (1995): The gravitational field of topographic-isostatic masses and the hypothesis of mass condensation. Part I and II. Technical Reports, Department of Geodesy, University of Stuttgart
- Ecker, E., Mittermayer, E. (1969): Gravity corrections for the influence of the atmosphere. *Boll. teor. appl.* 11, 70–80.
- Fröhlich, I. (1930): Bárány Eötvös Loránd emlékkönyv. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest
- Gazsó, M., Tarasova, G. (1984): A kvázigeoid asztrogravimetriai meghatározása Magyarországon. *A Földmérési Intézet Tudományos Kiadványa*, 5. évf., Budapest
- Geiger, A., Wirth, B., Marti, U. (1990): Regularization by digital topography and estimating crustal parameters from gravity field data Example of Switzerland, determination of the geoid – present and future, IAG Symposium, No. 106, Milan, June 11–13, 129–138.
- Gibb, R.A., van Boeckel, J. (1970): Three-dimensional gravity interpretation of the Round Lake Batholith, Northeastern Ontario. *Can. J. Earth Sci.*, 7, 156–163.
- Götze, H.J., Schmidt, S., Kirchner, A., Kösters, M., Müller, A. (1996): Ein 3D Dichtemodell der Zentralen Anden. Presented at “7. Internationales Alpengravimetrie-Kolloquium”, April 11–12, Vienna
- Heiskanen, W.A. és Moritz, H. (1967): *Physical geodesy*. W.H. Freeman, San Fran-

cisco

- Horváth, F. (1988): Neotectonic behaviour of the Alpine-Mediterranean Region. In: AAPG Memoir, Royden, L. and Horváth, F. (eds), 45, 49–55.
- Horváth, F. (1993): Towards a mechanical model for the formation of the Pannonian basin. *Tectonophysics*, 226, 333–357.
- Hipkin, R.G. (1994): How close are we to a centimetric geoid? In: H. Sünkel and I. Marson (eds), *Gravity and Geoid*, IAG Symp. 113, Springer, 529–538.
- Jordan, S.K. (1972): Self-consistent statistical models for the gravity anomaly, vertical deflections and undulations of the geoid. *J. Geophys. Res.*, 77, 3660–3670.
- Kalmár, J. (1994): A digitális terepmodell kutatások új eredményei. Kandidátusi disszertáció, MTA Geod. Geof. Kut. Int., Sopron
- Kalmár, J., Papp, G., Szabó, T. (1995): DTM-based surface and volume approximation. *Geophysical Applications. Computers and Geosciences*, 21, 245–257.
- Kasper, I.F. (1971): A second order Markov gravity anomaly model. *J. Geophys. Res.*, 75, 7844–7849.
- Kenyeres, A. (1993): Detailed geoid determination using the combination of truncated global integrals and geopotential models. *Periodica Politechnica, Ser. Civil Eng.*, 37, 91–108.
- Kilényi, É., Rumpler, J. (1984): Pre-Tertiary basement relief map of Hungary. *Geophys. Trans.*, 30, 425–428.
- Kilényi, É., Kröll, A., Oberhauser, D., Šefara, J., Steinhauser, P., Szabó, Z., Wessely, G. (1991): Pre-Tertiary basement contour map of the Carpathian basin beneath Austria, Czechoslovakia and Hungary. *Geophys. Trans.*, 36, 15–36.
- Kovácsvölgyi, S. (1994): A Békési-medence gravitációs és földmágneses anomáliáinak értelmezése az újabb ismeretek tükrében. *Magyar Geofizika*, 35, 2, 90–94.
- Kovácsvölgyi, S. (1996): D-K Magyarország gravitációs és földmágneses anomáliáinak értelmezése. *Magyar Geofizika*, 36, 3, 198–202.
- Lachapelle, G. (1975): Determination of the geoid using heterogeneous data. *Mitteilungen der Geodätischen Institute der Technischen Universität Graz*, Folge 19.
- Lillie, R.J., Bielik, M., Babuška, V., Plomerová, J. (1994): Gravity models of the lithosphere in the Eastern Alpine – Western Carpathian – Pannonian Region. *Tectonophysics*, 231, 215–235.
- Marchenko, A., Abrikosov, O. (1994): Covariance functions set derived from radial

- multipoles potentials: Theory and some results for regional gravity field in Central Europe. In: "Gravity and Geoid", IAG Symposia 113, Springer Verlag, Berlin, 296–303.
- McKenzie, D. (1978): Some remarks on the development of sedimentary basins. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 40, 25–32.
- Meskó, A. (1984): Digital filtering. Applications in Geophysical Exploration for Oil. Akadémiai Kiadó, Budapest, p. 636.
- Meskó, A. (1988): Reduced regional Bouguer-anomaly map of Hungary. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 23, 89–95.
- Meskó, A. (1989): Bevezetés a geofizikába. Tankönyvkiadó, Budapest, pp. 510.
- Moritz, H. (1972): Advanced least-square methods. Report No. 175. Dept. of Geodetic Sciences, Ohio State University, Columbus, Ohio
- Moritz, H. (1978): Statistical foundations of collocation. Report No. 272, Dept. of Geodetic Sciences, Ohio State University, Columbus, Ohio
- Moritz, H. (1980): Advanced physical geodesy. Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, p. 500.
- Nagy, D. (1980): Gravity anomalies, deflections of the vertical and geoidal heights for a three-dimensional model. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 15, 17–26.
- Nagy, D. (1988): A short program for three-dimensional gravity modeling. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 23, 449–459.
- Nagy, D., Franke, R., Battha, L., Kalmár, J., Papp, G., Szabó, T., Závoti, J. (1991): Comparison of various methods of interpolation and gridding. XX General Assembly, IUGG, Vienna, GM 3/4.1 (poster)
- Nemesi, L., Stomfai, R. (1992): Néhány kiegészítés a Békési-medence aljzatának kutatásához. *Magyar Geofizika*, 33, 2–3, 70–79.
- Papp, G. (1989): Prediction of free-air gravity anomalies by the method of collocation (in Hungarian). Research Report, Geodetic and Geophysical Res. Inst. of the Hung. Acad. of Sci., Sopron
- Papp, G. (1992): A comparative study on the prediction of free-air gravity anomalies by the method of least-squares collocation. In: Völgyesi, L. (ed.) "Global and local geoid investigations", National Scientific Research Fund Project Report No. 5–204, Dept. of Geodesy, Technical Univ. of Budapest, Budapest, p. 195.
- Papp, G. (1993): Trend models in the least-squares prediction of free-air gravity anomalies. *Periodica Politechnica, Ser. Civil Eng.*, 37, 109–130.

- Papp,G (1996): On the application of physical filtering in 3-D forward gravity field modelling. In: Meurers,B. (ed.) Proceedings of the 7th International Meeting on Alpine Gravimetry, Wien, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik (in print)
- Papp,G., Kalmár,J. (1995): Investigation of sediment compaction in the Pannonian basin using 3-D gravity modelling. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 88, 89–100.
- Papp,G., Kalmár,J. (1996): Toward the physical interpretation of the geoid in the Pannonian basin using 3-D model of the lithosphere. *IGeS Bulletin*, DIIAR-Politecnico di Milano, Milano (in print)
- Papp,G., Wang,Z.T. (1996): Truncation effects in using spherical harmonic expansions for forward local gravity field modelling. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 31 (in print)
- Pekár,D. (1941): Báró Eötvös Loránd. A torziós inga ötven éves jubileumára. Kiskadémia, Budapest
- Posgay,K., Albu,I., Petrovics,I., Ráner,G. (1981): Character of the Earth's crust and upper mantle on the basis of seismic reflection measurements in Hungary. *Earth Evolution Sci.*, 3–4, 272–279.
- Posgay,K., Albu,I., Mayerová,M., Nazládalová,Z., Ibrmajer,I., Bližkovský,M., Arič,K., Gutdeutsch,R. (1991): Contour map of the Mohorovičić discontinuity beneath Central Europe. *Geophysical Trans.*, 36, 7–13.
- Press,W.H., Flannery,B.P., Teukolsky,S.A., Vetterling,W.T. (1986): Numerical recipes. The art of scientific computing. Cambridge University Press, Cambridge
- Priestley,M.B. (1981): Spectral Analysis and time series, Academic Press, London, p. 759
- Priovolos,G.J. (1988): Gravity field approximation using the predictors of Bjehammar and Hardy. Report No. 387, Dept. of Geodetic Sciences, Ohio States University, Columbus, Ohio
- Rapp,R.H. (1994): The use of potential coefficient models in computing geoid undulations. In: Lecture notes of the “International School for the Determination and Use of the Geoid”, International Geoid Service at D.I.I.A.R., Politecnico di Milano, 73–97.
- Rapp,R.H., Pavlis,N.K. (1990): The development and analysis of geopotential coefficient models to spherical harmonic degree 360. *J. Geophys. Res.*, 95, 21885–21911.

- Renner, J. (1959): The final processing of the Hungarian National Gravity Base Net (in Hungarian), *Geofizikai Közlemények*, VIII/3.
- Royden, L., Horváth, F. (Editors) (1988): The Pannonian basin. A study in basin evolution. *Am. Assoc. Pet. Geol. Mem.*, 45.
- Rudnick, R.L., Fountain, D.M. (1995): Nature and composition of the continental crust: A lower crustal perspective. *Reviews of Geophysics*, 33, 267–309.
- Sideris, M.G. (1994): Geoid determination by FFT techniques. In: Lecture notes of the “International School for the Determination and Use of the Geoid”, International Geoid Service at D.I.I.A.R., Politecnico di Milano, 165–224.
- Somogyi, J., Závoti, J. (1993): Robust estimation with iteratively reweighted least-squares method. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 8, 413–420
- Steiner, F. (1982): *Geofizika I. Gravitációs és mágneses módszerek*. MNME Bányamérnöki Kar, Egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, p. 315
- Sünkel, H. (1977): The estimation of free-air anomalies. Report No. 315, Dept. of Geodetic Sciences, Ohio State University, Columbus, Ohio
- Talwani, M. (1973): Computer usage in the computation of gravity anomalies. In: *Methods in computational physics*, Vol. 13, Geophysics, Academic Press, N.Y., San Francisco, London, 344–389.
- Torge, W. (1980): *Geodesy, an introduction*. Walter de Gruyter and Co., Berlin
- Tóth, Gy., Völgyesi, L. (1992): Global topographic-isostatic crust models for geodetic and geophysical interpretation. In: Völgyesi, L. (ed.) *Global and local geoid investigations*, National Scientific Research Fund Project Report No. 5–204, Dept. of Geodesy, Technical University of Budapest, Budapest, p. 195
- Tscherning, C.C., Rapp, R.H. (1974): Closed covariance expression for gravity anomalies, geoid undulations and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance. Report No. 208, Dept. of Geodetic Sciences, Ohio State University, Columbus, Ohio
- Wessel, P., Smith, W.H.F. (1991): Free software helps map and display data. *EOS Trans. AGU*, 72, 441, 445–446.

Függelék

